УДК 621.391

КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССОВ В ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ BDS-СТАТИСТИКИ

К.С. Васюта

Харьковский университет
Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба

Abstract *– The paper formalizes the concept of "form" of the signal (the process) and is more seen as an informative sign than its energy. Differences in the "filling" of the phase space by attractors of different classes of processes and, as a consequence, in the dependence of the dimension correlation on the dimension of the embedding points to the one of the ways to classify observations. Manifestation of attractor structure indicates a relationship of elements in the observed process. In this interpretation, classes of processes (random, chaotic, regular) can be "metrized" (scaled). If necessary, further division of classes into subclasses (e.g., linear and nonlinear, stationary and non-stationary) may be mentioned. These classes and their separations will have a different "form" which is conveniently characterized by the amount of the dimension correlations. Formalization is made by the following chain of transformations: the "form" of the process → dependence of values of the process → structured attractor process → criterion of dependence (dynamic or statistical) → measure of dependence (e.g. dynamic invariants: Lyapunov exponents, dimension correlation or entropy). This interpretation of the term "waveform" allows to implement a scale to describe from the equal positions random, chaotic and deterministic processes. The classification of these processes is carried out with the use of BDS-statistics that identifies processes with a given probability under low signal noise ratio.*

Evaluation limits of applicability of this method for classification of processes showed that the values of BDS-statistics allow to detect ("metrize") regular and chaotic processes with high probability under low signal-to-noise ratio (q=3). In addition it can distinguish transformed linear and nonlinear stochastic processes and multifractal Lévy processes with probability more than 0,6 at (q=3), and classify with probability 1. The effectiveness of this method is explained by the fact that in contrast to the traditional methods for analysis of observations, BDS-statistics provides information about the structure of the process, which is stored in the values of the dimension correlation, its image in pseudophase embedding space, i.e. use of the additional information about properties of a signal.

.

Анотація *– У роботі формалізується поняття "форма" сигналу (процесу), яке розглядається як більш інформативна ознака, ніж його енергія. Формалізація здійснюється наступним ланцюжком перетворень: "форма" процесу -> структурованість аттрактора процесу -> залежність значень процесу -> критерій залежності (динамічний або статистичний) -> міра залежності (наприклад, динамічні інваріанти: показники Ляпунова, кореляційна розмірність або ентропія). Ця інтерпретація поняття «форма сигналу» дозволяє ввести шкалу для опису з єдиних позицій випадкових, хаотичних і детермінованих процесів. Класифікація цих процесів проведена із застосуванням BDS - статистики, яка дозволяє із заданою ймовірністю розпізнавати процеси при малих відношеннях сигнал/шум.*

Аннотация *– В работе формализуется понятие "форма" сигнала (процесса), которое рассматривается как более информативный признак, чем его энергия. Формализация осуществляется следующей цепочкой: "форма" процесса -> структурированность аттрактора процесса -> зависимость значений процесса -> критерий зависимости (динамический или статистический) -> мера зависимости (например, динамические инварианты: показатели Ляпунова, корреляционная размерность или энтропия). Данная интерпретация понятия «форма сигнала» позволяет ввести шкалу для описания с единых позиций случайных, хаотических и детерминированных процессов. Классификация этих процессов проведена с применением BDS – статистики, которая позволяет с заданной вероятностью распознавать процессы при малых отношениях сигнал/шум.*

Введение

В настоящее время набор традиционных (линейных) методов анализа процессов в радиотехнических системах существенно расширен нелинейными методами, полученными в теории нелинейной динамики [1-3]. В работах [4, 5] предложены методы нелинейного анализа процессов в псевдофазовом пространстве. В [6] предложен метод, расширяющий возможности нелинейного анализа временных рядов, основанный на фундаментальном свойстве диссипативных динамических систем – рекуррентности (повторяемости состояний). Эти методы позволяют выявлять закономерности в поведении (зависимости в значениях) процессов там, где ранее считалось, что их не существует. Нелинейные (непараметрические) методы анализа процессов позволяют отличать хаотические колебания от случайных процессов [7, 8], различать «цвет шума» [9, 10], различать мультифрактальные и монофрактальные процессы, классифицировать процессы по степени и характеру зависимостей в их значениях.

Для классификации (обнаружения) процессов в радиотехнических системах применяют энергетический критерий, который не использует информацию о “форме” процесса или зависимости его значений. В результате можно говорить о недостаточном качестве правильной классификации (обнаружения) разных классов сигналов и процессов.

Классификация процессов в радиотехнических системах с применением BDS-статистики

Различия в “наполняемости” фазового пространства аттракторами разных классов процессов и, как следствие, в зависимостях корреляционной размерности от размерности пространства вложения указывает на один из способов классификации наблюдений. Проявление структурированности аттрактора указывает на наличие взаимосвязей элементов наблюдаемого процесса. В такой интерпретации классы процессов (случайные, хаотические, регулярные) можно “метризовать” (шкалировать). При необходимости возможно дальнейшее расслоение упомянутых классов на подклассы (например, линейные и нелинейные, стационарные и нестационарные). Следовательно, лингвистическую переменную “форма” процесса можно формализовать и рассматривать её как более информативный признак, чем энергия сигнала. Упомянутые классы и их расслоения будут иметь различную “форму”, которую удобно характеризовать с помощью числовых показателей их корреляционных размерностей.

Таким образом, понятие “форма” процесса можно рассматривать как лингвистическую характеристику, которую можно формализовать, пользуясь, например следующей цепочкой: “форма” процесса $\rightarrow$ структурированность аттрактора процесса $\rightarrow$ зависимость значений процесса $\rightarrow$ критерий зависимости (динамический или статистический) $\rightarrow$ мера зависимости (например, динамические инварианты: показатели Ляпунова, корреляционная размерность или энтропия) (рис.1).

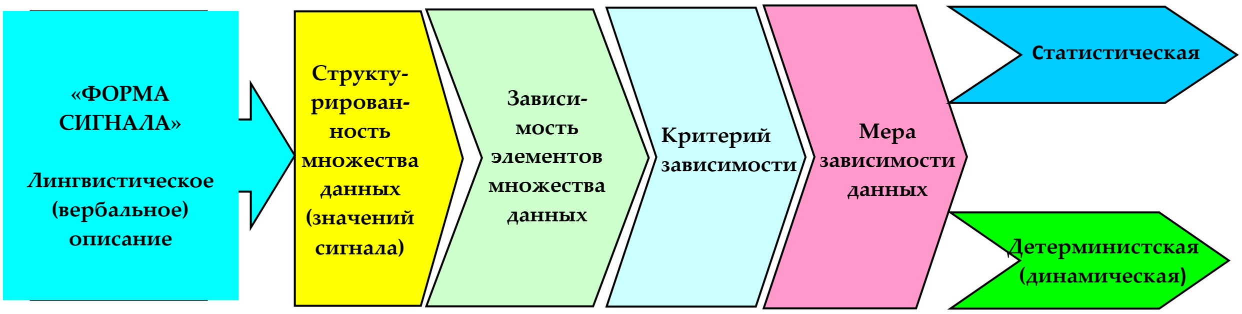


Рис. 1. Формализация понятия “форма” процесса (сигнала)

Данная интерпретация понятия «форма сигнала» позволяет ввести шкалу для описания с единых позиций случайных, хаотических и детерминированных процессов. В качестве предельных случаев структурированности могут выступать случайные I.I.D (independent and identically distributed) и регулярные процессы. Промежуточное положение в этой шкале занимают линейно и нелинейно преобразованные случайные процессы и хаотические процессы. В теории сигналов “форму” некоторых из них отождествляют с геометрическими образами, представленными графиками функций: гармонических, импульсных и других.

Метризуем упомянутые классы процессов, отличающиеся своей “формой”, с использованием шкалы корреляционной размерности и связанной с ней BDS-статистикой. Пусть на входе приемного устройства наблюдается аддитивная смесь анализируемого процесса $\vec{x}(t)$ и некоррелированного шума $\vec{n}(t)$:

$$\vec{\xi}(t)=\vec{x}(t)+\vec{n}(t)\,. \tag{1}$$

Взаимодействия в сложных системах и их количество таковы, что даже по одной переменной состояния $\{\xi_i\}=[\xi_1,\xi_2,...,\xi_N]$ можно судить о динамике всей системы в целом, тогда эквивалентная фазовая траектория, сохраняющая структуры оригинальной фазовой траектории, может быть восстановлена из одного наблюдения процесса $\vec{\xi}(t)$, вложенного в псевдофазовое пространство заданной размерности m.

BDS-статистика и построенная на ее основе относительно новая процедура – BDS-тест были предложены в результате анализа финансовых рынков экономистами Броком, Дечертом и Шейнкманом (B. Brock, W. Dechert и J. Scheinkman) в 1987 г. [7] и представляют один из мощных методов выявления зависимостей во временных рядах, интенсивно разрабатываемых в последнее десятилетие в рамках их нелинейного анализа. Его цель состоит в том, чтобы различить данные I.I.D. и любой вид зависимости, т.е. проверить нулевую гипотезу H_0 о независимости и тождественном распределении значений временного ряда $\vec{\xi}=(\xi_1,\xi_2,...,\xi_N)$, используя для этого критерий значимости. Заметим, что BDS-тест может выявлять и нелинейность (нелинейный детерминизм) при условии, что любая линейная зависимость была удалена из наблюдаемых данных. Если мы фактически ищем детерминированную структуру в сигнале, то простые статистики, которые основаны на кумулянтах высших порядков, не очень привлекательны, потому что они также весьма чувствительны к тем отклонениям от нулевой гипотезы, которые мы не ищем. В таком случае мы выберем дискриминационную статистику из арсенала методов динамических систем, т.е. BDS-статистику.

BDS-тест основан на статистической величине $w(\vec{\xi})$ (BDS-статистике) [7]:

$$w_{m,N}(\varepsilon)=\sqrt{N-m+1}\,\frac{C_{m,N}(\varepsilon)-C_{1,N-m}(\varepsilon)^m}{\sigma_{m,N}(\varepsilon)}. \qquad (1)$$

В работе [7] были предложены очень быстрые алгоритмы для её оценки. Числитель BDS-статистики определяется корреляционными интегралами $C_{m,N}(\varepsilon)$, $C_{1,N}(\varepsilon)$, а знаменатель среднеквадратическим отклонением $\sigma_{m,N}(\varepsilon)$ числителя. Для вычисления $C_{m,N}(\varepsilon)$ $(m>1)$ необходимо выполнить «вложение» временного ряда в m-мерное псевдофазовое пространство, элементами которого, на основании теоремы Такенса (Takens) [8], являются точки $\xi_i^m=(\xi_i,\xi_{i+1},...,\xi_{i+m})$ с координатами $\{\xi_{i+k}\}_{k=1}^m$, заданными m последовательными значениями исходного временного ряда. Корреляционный интеграл определяет частоту попадания произвольной пары точек фазового пространства в гиперсферы радиуса ε:

$$C_{m,N}(\varepsilon)=\frac{2}{(N-m+1)(N-m)}\sum_{s=m}^{N}\sum_{t=s+1}^{N}\prod_{j=0}^{m-1}I_\varepsilon(\xi_{s-j}^m,\xi_{t-j}^m),\ I_\varepsilon(\xi_i^m,\xi_j^m)=\begin{cases}1, & \left\|\xi_i^m-\xi_j^m\right\|\le\varepsilon\\ 0, & \left\|\xi_i^m-\xi_j^m\right\|>\varepsilon\end{cases}, \qquad (2)$$

в котором $I_\varepsilon(\xi_i^m,\xi_j^m)$ – функция Хевисайда для всех пар значений i и j, где $0\le i\le N$ и $0\le j\le N$; N – число элементов временного ряда $\{\xi_i\}_{i=1}^N$. Его значение стремится к определенному пределу по мере уменьшения ε. Рекомендуется выбирать ε таким, чтобы $\varepsilon=0{,}5\sigma\div2\sigma$, где σ – среднеквадратическое отклонение процесса $\{\xi_i\}_{i=1}^N$. В соответствии с теорией, зависимость корреляционного интеграла от ε имеет степенной вид $C_{m,N}(\varepsilon)\sim\varepsilon^{D_c}$, где D_c – корреляционная размерность временного ряда. Для $m=1$ имеем:

$$C_{1,N}(\varepsilon)=\frac{2}{N(N-1)}\sum_{s=1}^{N}\sum_{t=s+1}^{N}I_\varepsilon(\xi_s,\xi_t). \qquad (3)$$

Брок и др. показали, что $C_{m,N}(\varepsilon)\Rightarrow C_{1,N}(\varepsilon)^m$ с вероятностью 1 при $N\to\infty$, а $\left(C_{m,N}(\varepsilon)-\left(C_{1,N}(\varepsilon)\right)^m\right)\cdot\sqrt{N-m+1}$ является случайной асимптотически нормально распределенной величиной с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением $\sigma_{m,N}(\varepsilon)$, которое определяется как:

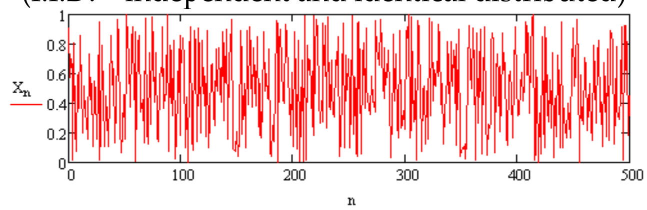
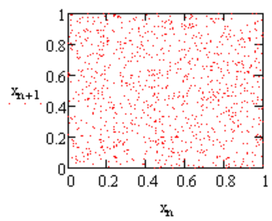
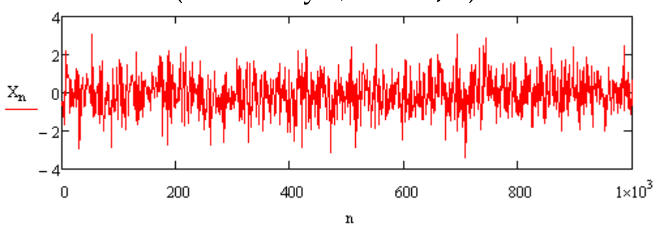
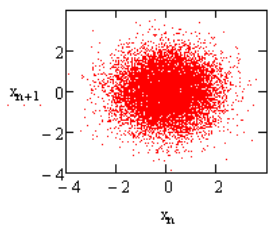
$$\sigma_{m,N}(\varepsilon)=2\sqrt{k^m+2\sum_{j=1}^{m-1}k^{m-j}\cdot(C_{1,N}(\varepsilon))^{2j}+(m-1)^2\cdot(C_{1,N}(\varepsilon))^{2m}-m^2k(C_{1,N}(\varepsilon))^{2m-2}}, \qquad (4)$$

где $k=\dfrac{1}{(N-1)(N-2)N}\left[\sum_{t=1}^{N}\left[\sum_{s=1}^{N}I_\varepsilon(\xi_t,\xi_s)\right]^2-3\sum_{s=1}^{N}\sum_{t=s+1}^{N}I_\varepsilon(\xi_t,\xi_s)+2N\right]$.

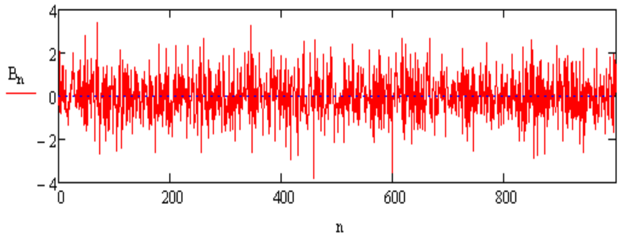
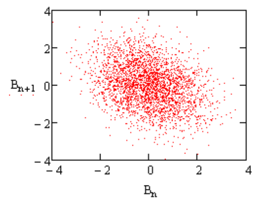
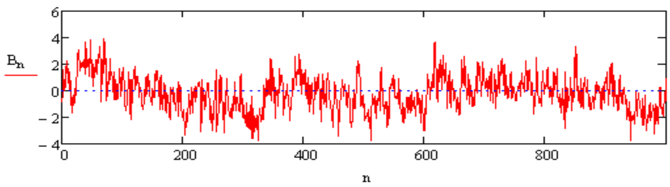
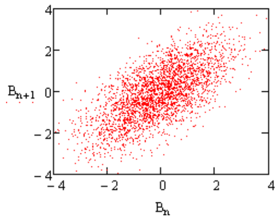
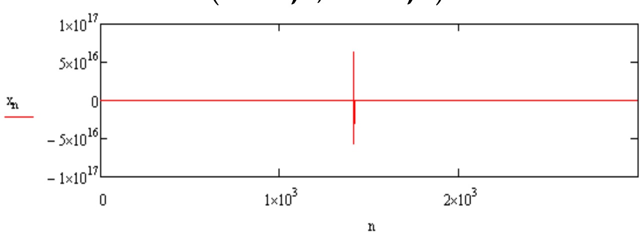
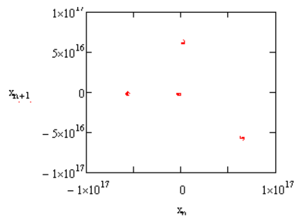
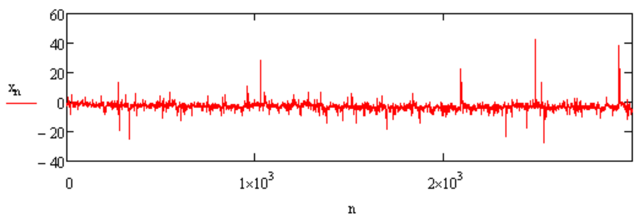
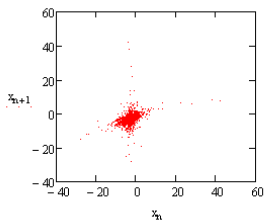
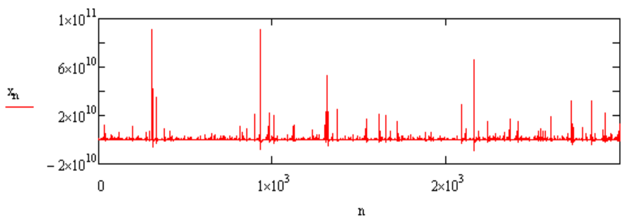
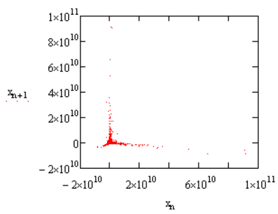
BDS-статистика $w(\vec{\xi})$ является нормально распределенной случайной величиной при условии, что оценка $\hat{\sigma}_{m,N}(\varepsilon)$ близка к ее теоретическому значению $\sigma_{m,N}(\varepsilon)$ [7].

Распознавание и классификацию проведем для наиболее часто встречающихся в информационно-измерительных радиотехнических системах моделей сигналов и процессов: детерминированных (регулярных) сигналов, хаотических процессов с кусочно-линейным отображением, линейно преобразованных стохастических процессов (Moving Average, MA – скользящего среднего; AutoRegressive, AR – авторегрессионный процесс), нелинейно преобразованных стохастических процессов (Autoregressive Conditionally Heteroskedastic, ARCH – авторегрессионно условно гетероскедастичный процесс, GARCH – обобщенный авторегрессионно условно гетероскедастичный процесс), моно и мультифрактальных процессов (процессов Леви с α-стабильным распределением), стохастического процесса с равномерным распределением (I.I.D.) и «цветных шумов» (персистентный, антиперсистентный процесс). Временные реализации анализируемых процессов и соответствующие им фазовые портреты на фазовой плоскости приведены в табл. 1. В левом столбце таблицы приведены численные расчеты среднего значения BDS-статистики $\overline{w}(\vec{\xi})$ анализируемых процессов, полученные по 100 реализациям.

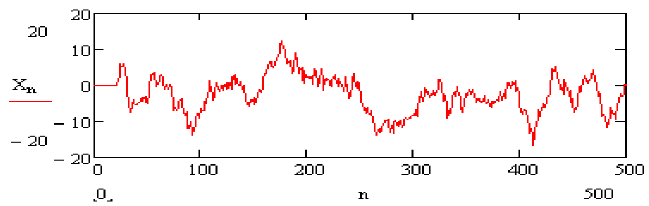
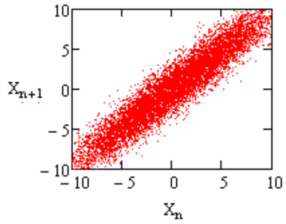
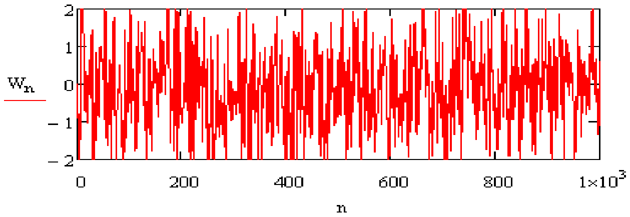
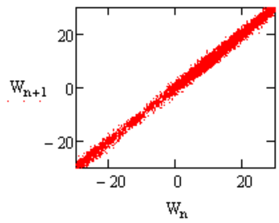
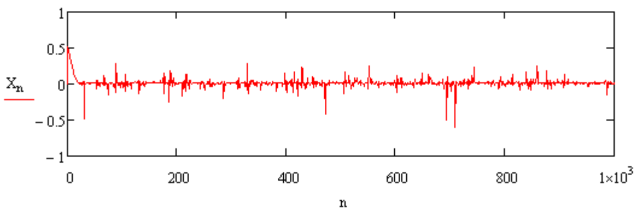
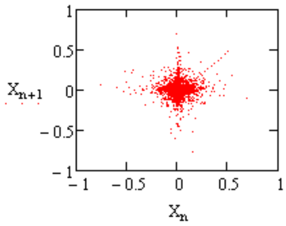
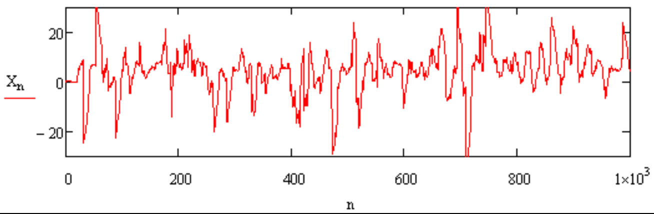
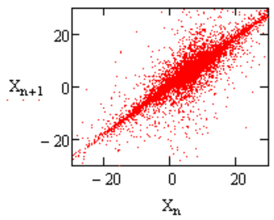
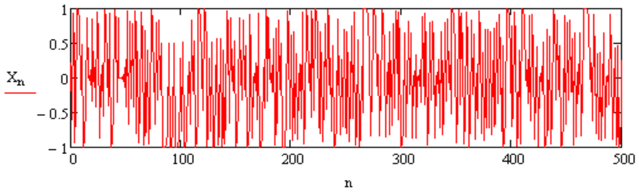
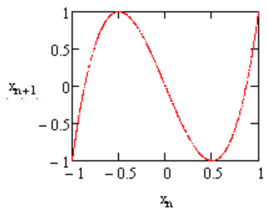
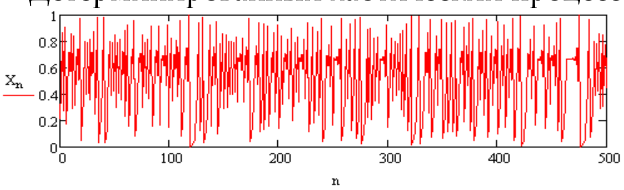
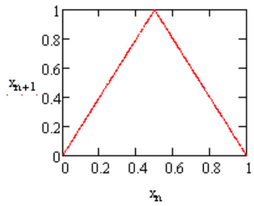
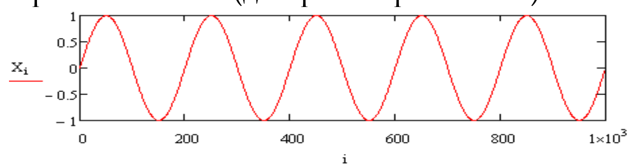
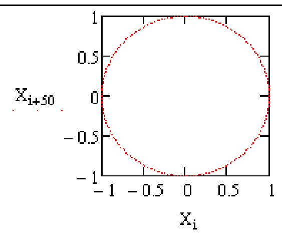
Таблица 1. Классификация наблюдений в радиотехнических системах с применением BDS-статистики

Среднее значение BDS статистики $\overline{w}(\vec{\xi})$	Временная реализация процесса	Фазовый портрет процесса
$\overline{w}(\vec{\xi}) \cong 0$	Шум с равномерным распределением (I.I.D. – independent and identical distributed) 	
$0 \le \overline{w}(\vec{\xi}) \le 1{,}96$	Нормальный гауссовский процесс (белый шум, $H = 0{,}5$) 	

Продолжение табл. 1

$2 \le \overline{w}(\vec{\xi}) \le 3{,}5$	Антиперсистентный процесс (розовый шум, $H = 0{,}3$) 	
$3 \le \overline{w}(\vec{\xi}) \le 19$	Персистентный процесс (черный шум, $H = 0{,}9$) 	
$\overline{w}(\vec{\xi}) \approx 17$	Монофрактальный процесс Леви ($\alpha = 0{,}1, H = 0{,}1$) 	
$\overline{w}(\vec{\xi}) \approx 9{,}5$	Мультифрактальный процесс Леви ($\alpha = 1{,}5, H = 0{,}9$) 	
$\overline{w}(\vec{\xi}) \approx 19$	Мультифрактальный процесс с распределением Коши ($\alpha = 1, H = 0{,}5$) 	

Продолжение табл. 1

$\overline{w}(\vec{\xi}) \approx 25$	Процесс Moving Average 	
$\overline{w}(\vec{\xi}) \approx 42$	Авторегрессионный процесс 	
$\overline{w}(\vec{\xi}) \approx 8{,}3$	Авторегрессионно условно гетероскедастичный процесс 	
$\overline{w}(\vec{\xi}) \approx 5{,}7$	Обобщенный авторегрессионно условно гетероскедастичный процесс 	
$\overline{w}(\vec{\xi}) \geq 200$	Детерминированный хаотический процесс 	
$\overline{w}(\vec{\xi}) \geq 250$	Детерминированный хаотический процесс 	
$\overline{w}(\vec{\xi}) > 1000$	Гармонический (детерминированный) сигнал 	

На рис.2 приведены нормированные зависимости BDS-статистики от отношения сигнал/шум – $\dfrac{\overline{w}(\vec{\xi},q)}{\overline{w}_{\mathbf{max}}(\vec{\xi},q)}$.

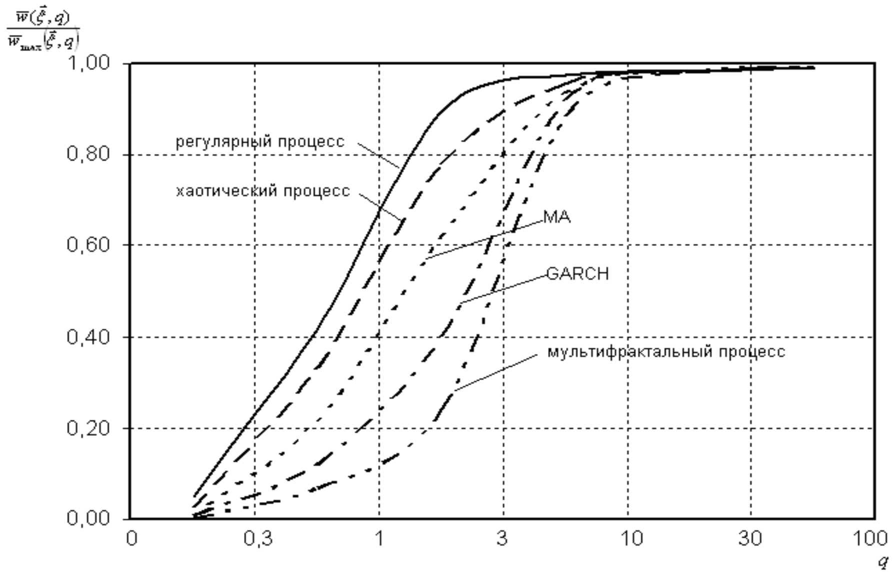


Рис. 2. Нормированные зависимости BDS-статистики от отношения сигнал/шум сигнал/шум

Из рисунка видно, что значения BDS-статистики позволяют при малых отношениях сигнал/шум ($q \approx 3$) с высокой вероятностью обнаруживать (“метризовать”) регулярные и хаотические процессы. А линейно и нелинейно преобразованные стохастические процессы и мультифрактальные процессы Леви различать с вероятностью $\geq 0{,}6$ при $q \geq 3$, а при $q \geq 10$ различать и проводить их классификацию с вероятностью 1.

Выводы

Таким образом, в данной работе был проведен анализ границ возможного применения BDS-статистики для классификации наблюдаемых процессов на фоне аддитивного гауссовского шума.

Результаты численного моделирования показали, что BDS-статистика позволяет с заданной вероятностью распознавать и классифицировать процессы при малых отношениях сигнал/шум. Ее эффективность обусловлена тем, что в отличие от традиционных методов анализа наблюдений, BDS-статистика содержат информацию о структуре процесса, которая сохраняется в значениях корреляционных размерностей, и его образа в псевдофазовом пространстве вложения, т.е. использовать дополнительную информацию о свойствах сигнала. Проведенное исследование указывает на возможные пути практического применения BDS – статистики для классификации процессов, наблюдаемых на фоне аддитивного шума.

Список литературы:

1. *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. – М.: Издательство Физ.-Мат. литературы, 2002. – 252 с.
2. *Kennedy M.P., Kolumban G., Kis G.* Chaotic Modulation for Robust Digital Communications over Multipass Channels // Jnt. J. Bifurcation and Chaos. – 2000. – Vol. 10, N 4. – P. 695-718.
3. *Шелухин О.И., Тенякшиев А.М., Осин А.В.* Фрактальные процессы в телекоммуникациях. – М.: Радиотехника, 2003. – 480 с.
4. *Костенко П.Ю.* Восстановление бинарного сообщения, маскируемого хаотическим процессом Маккея-Гласса, методом регуляризации / П.Ю. Костенко, А.Н. Барсуков, С.И. Сиващенко, К.С. Васюта // Збірник наукових праць ХУПС, – Харків: ХУПС, 2007. Вип. 3(15). – С. 37-40.
5. *Костенко П.Ю.* Устойчивое к шуму наблюдения восстановление бинарного сообщения, замаскированного хаотическим колебанием системы с запаздыванием / П.Ю. Костенко, А.Н. Барсуков, А.В. Антонов, К.С. Васюта // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2008. – Т. 51, № 2. – С. 58-64.
6. *Ecmann J.P., Kamphorst S.O., Ruelle D.* Recurrence plots of dynamical systems.// Europhysics Letters 5. – 1987. – P. 973-977.
7. *Kanzler L.* Very Fast and Correctly Sized Estimation of the BDS Statistic // Christ Church and Department of Economics University of Oxford. – 1999. – 95 c.
8. *Schreiber T.* Discrimination power of measures for nonlinearity in a time series // Physical Review E . – 1997. – V.55, №5. – P. 5443-5447.
9. *Васюта К.С.* Рекуррентный анализ процессов в телекоммуникационных системах // Наукові записки УНДІЗ. – №6(8). – 2008. – С. 90-96.
10. *Васюта К.С.* Новый подход к оценке параметров хаотических сигналов, наблюдаемых на фоне шума, с использованием "нелинейной динамической статистики" [Электронный ресурс] // Проблеми телекомунікацій. – 2010. – № 1 (1). – С. 109 – 114. – Режим доступа: http://pt.journal.kh.ua/2010/1/1/101_vasyuta_chaotic.pdf.