

УДК 621.391

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ В ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ: СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД\*



[А.В. КАРПУХИН](#)

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

[А.А. ТКАЧЕНКО](#)

ПАО «Укртелеком»

**Abstract** – In numerous papers devoted to the study of network traffic, it was shown that high-speed networks may experience chaotic modes, the main cause of which is protocol behavior TCP. Presents such regimes leads to a significant reduction in bandwidth across the network, especially in the so-called "Bottlenecks".

However, until now have not been offered a model that adequately describe information and communication systems and allow to use the entire arsenal of the classical methods of analysis for nonlinear dynamical systems. This paper proposes a new approach to the analysis of communication systems with the TCP protocol - considering them as nonlinear dynamical systems that exhibit chaotic properties at certain values of the parameters. The phase portraits of the systems studied, calculated values of the maximum Lyapunov exponent for different values of the basic parameters of the systems.

**Анотація** – У роботі пропонується новий підхід до аналізу поведінки інфокомунікаційних систем з протоколом TCP – розгляд їх як нелінійних динамічних систем, які проявляють хаотичні властивості при певних значеннях параметрів. Побудовано фазові портрети досліджуваних систем, розраховані значення максимального показника Ляпунова для різних значень основних параметрів систем.

**Аннотация** – В работе предлагается новый подход к анализу поведения инфокоммуникационных систем с протоколом TCP – рассмотрение их как нелинейных динамических систем, проявляющих хаотические свойства при определенных значениях параметров. Построены фазовые портреты исследуемых систем, рассчитаны значения максимального показателя Ляпунова для различных значений основных параметров систем.

### Введение

Для обеспечения взаимодействия различных систем посредством телекоммуникационных систем был стандартизован упорядоченный набор протоколов, образующий сетевую архитектуру (стек протоколов). Самой распространенной и универсальной сетевой архитектурой является архитектура TCP/IP. В рамках TCP/IP все системы в сети делятся на конечные системы, между которыми происходит обмен данными, и промежуточные системы, не являющиеся конечными или исходными точками обмена. В роли конечных систем выступают хосты, а промежуточных – маршрутизаторы.

Двусторонний поток данных между парой смежных узлов сети обеспечивается каналом, связывающим эти узлы. Основными характеристиками каналов являются максимальная скорость передачи данных (пропускная способность) и задержка в канале связи. В каждой точке подключения маршрутизатора к каналу имеется буфер, в

\* Публикуется в порядке обсуждения.

котором организуется очередь пакетов, ожидающих отправки по этому каналу. Буферное пространство и пропускная способность представляют собой разделяемые ресурсы. Если скорость поступления данных в маршрутизатор превышает максимально возможную скорость их отправки, то происходит перегрузка сети, выражающаяся в переполнении буферов и потерях данных (пакетов). Перегрузка сети приводит к образованию так называемых заторов (congestions) в некоторых участках сети, называемых «узкими местами» (bottlenecks). Основными параметрами со стороны сети, определяющими поведение ансамбля ТСП–соединений в узком месте, являются пропускная способность канала, задержка в канале и размер буфера маршрутизатора.

Протокол транспортного уровня занимает важное положение в любой сетевой архитектуре, в том числе и в ТСП/IP, поскольку он обеспечивает надежную и эффективную передачу информации (в виде сегментов) непосредственно между конечными системами сети. Для этого транспортный протокол задает согласованный набор правил поведения для участников информационного обмена. Эти правила регулируют совместный доступ узлов к разделяемым ресурсам сети, поэтому эффективность транспортного протокола определяет эффективность работы всей сети в целом.

Транспортным протоколом в архитектуре ТСП/IP является ТСП (Transmission Control Protocol) [1, 2, 3], который обеспечивает надежную двустороннюю связь с контролем скорости передачи. Источник ТСП-потока получает информацию от пользователя, формирует из нее блоки конечной длины, называемые сегментами, и отправляет их к ТСП-получателю. Получатель, принимая сегменты, формирует из них исходную последовательность и передает ее своему пользователю.

Для осуществления обмена ТСП устанавливает логическое соединение между парой узлов сети, на каждом из которых функционирует протокол ТСП. Поток сегментов по ТСП-соединению может проходить через упорядоченную последовательность маршрутизаторов и каналов. Пропускная способность соединения в целом ограничена минимальной из пропускных способностей каналов, через которые проходит соединение. Алгоритм управления потоком, являющийся частью ТСП, стремится отправлять данные со скоростью, не превышающей меньшую из пропускных способностей каналов вдоль соединения и скорости потребления информации получателем.

На хосте, отправляющем пакеты, имеется окно передачи (send window, swnd), на хосте, принимающем пакеты, имеется окно приема (receive window, rwnd)[1, 2, 3].

ТСП осуществляет контроль потока данных. Каждая сторона ТСП соединения имеет определенное пространство буфера. ТСП на принимающей стороне позволяет удаленной стороне посылать данные только в том случае, если получатель может поместить их в буфер. Это предотвращает от переполнения буферов медленных хостов быстрыми хостами.

Поэтому от ТСП требуется, чтобы он поддерживал алгоритм, который называется «медленный старт». Он заключается в том, что осуществляется исследование скорости, с которой новые пакеты должны отправляться в сеть, причем эта скорость должна соответствовать скорости, с которой пришли подтверждения о получении пакетов (ACKnowledge, ACK) с удаленного конца.

При работе с медленным стартом отправляющему TCP добавляется еще одно окно: окно переполнения, которое называется cwnd (congestion window). Когда устанавливается новое соединение с хостом, находящимся в другой сети, размер окна переполнения устанавливается равным размеру одного сегмента (размер сегмента объявлен удаленным концом). Каждый раз, когда принимается ACK, окно переполнения увеличивается на один сегмент. Размер cwnd измеряется в байтах, однако при медленном старте размер всегда увеличивается на размер сегмента. Отправитель может передать объем данных величиной до минимального размера окна переполнения и объявленного окна. С помощью окна переполнения отправитель осуществляет управление потоком, тогда как с помощью объявленного окна потоком управляет получатель.

Отправитель начинает работу, отправив один сегмент и ожидая ACK на этот сегмент. Когда ACK получен, окно переполнения увеличивается с одного сегмента до двух, и в этом случае могут быть отправлены два сегмента. Когда каждый из этих двух сегментов подтвержден, окно переполнения увеличивается до 4. Таким образом, осуществляется экспоненциальное увеличение.

В определенной точке достигается максимум передачи для данного соединения (объединенной сети), в этом случае промежуточный маршрутизатор начинает отбрасывать пакеты. Это говорит о том, что размер окна переполнения отправителя стал слишком большим.

## **I. Анализ литературных источников**

Появление и широкое распространение компьютерных сетей, а также увеличение количества разнообразных сетевых услуг (WWW, VoIP и т.д.) привело к тому, что сетевой трафик стал более сложным и непредсказуемым. Особенно сильно эти свойства стали проявляться с появлением технологий высокоскоростной передачи данных. Это связано с тем, что одним из основных показателей качества обслуживания (QoS) в сетях с коммутацией пакетов является вероятность потери пакетов. Потеря (отбрасывание) пакетов в случаях невозможности их обработки в силу переполнения буфера маршрутизатора приводит к дополнительной нагрузке на сеть (пакеты посылаются заново в случае отсутствия ACK) и, в конечном счете, к «заторам» (congestions). При больших скоростях передачи данных потери пакетов, выражающиеся в долях процента, приводят к значительным потерям данных.

Применение концепции самоподобия к телекоммуникационным системам впервые предложил Б. Мандельброт [4].

В последние 10-15 лет исследованию сетевого трафика было посвящено большое количество работ. Их можно условно разделить на две группы. Первая (и самая обширная) включает в себя работы, в которых авторы анализируют сетевой трафик и определяют его статистические характеристики, в частности показатель Херста, характеризующий степень самоподобия трафика. Источником анализируемых данных является либо натуральный эксперимент (например, [5]), либо моделирование с помощью программных средств (например, ns [6], OPNET [7]).

Ко второй группе относятся работы (к сожалению, немногочисленные), в которых авторы рассматривают инфокоммуникационную систему как динамическую систему, в которой самоподобие является внутренним свойством самой системы [8]. В работе [8] авторами использовался метод восстановления многомерных траекторий динамической системы [9], который состоит в использовании смещенных во времени отсчетов значений  $cwnd$  для двух TCP- соединений при использовании сетевого симулятора ns-2 [10]. Построенные в работе [8] фазовые портреты, а также вычисленные значения максимального показателя Ляпунова для исследуемой динамической системы убедительно доказывают существование хаотических режимов при определенных значениях параметров системы.

Особенно актуальными исследования в области моделирования трафика в инфокоммуникационных сетях стали в последние годы в связи с бурным развитием, в первую очередь, новых услуг в сети Internet (VoIP и т.д.), а также интенсивным использованием Internet в таких областях, как GRID, Cloud Computing. Общеизвестно, что в проведении крупномасштабных экспериментов в области физики элементарных частиц (адронный коллайдер) участвуют большие группы ученых, находящихся в нескольких центрах (лабораториях), разделенных расстоянием в несколько тысяч километров друг от друга. Например, CERN и Los Alamos National Laboratory (LANL) при проведении совместных экспериментов на адронном коллайдере используют Internet для передачи огромного количества информации (несколько петабайт в месяц, около 15 петабайт в год). Причем объем этих данных неуклонно возрастает. Именно в таких сетях, так называемая Fast Long Distance Networks, неизбежно возникают нежелательные хаотические явления, приводящие к возникновению заторов в таких быстродействующих сетях, построенных на основе современных технологий GRID. Это немаловажно и в таких областях, как высокопроизводительные вычисления в параллельных и распределенных системах [11].

Основной причиной этих хаотических явлений, по мнению многих исследователей, является поведение основного транспортного протокола Internet – TCP [8, 12–15].

В работах многих авторов отмечается, что агрегированный сетевой трафик является самоподобным [5, 16]. Показано, что распределение с тяжелыми хвостами (РТХ) размеров файлов, появления пакетов и длительности передачи вносят основной вклад в самоподобную природу агрегированного сетевого трафика. Для анализа сетевого трафика используются различные методики. Основным параметром, по которому определяется степень самоподобия, является параметр Херста.

Очевиден и тот факт, что сам TCP является первичной причиной самоподобия, и его поведение может иметь нежелательные последствия в инфокоммуникационных сетях при увеличении пропускной способности глобальных вычислительных сетей (WAN) до значений, выражающихся в нескольких гигабайтах в секунду. В частности, даже если трафик, генерируемый приложениями, не является самоподобным, TCP «модулирует» этот трафик и делает его самоподобным. Причем все существующие реализации протокола TCP (Reno, Vegas, Tahoe) обладают этим «нежелательным» свойством, что связано с наличием во всех вариантах протокола параметра  $cwnd$ , управляющего количеством пакетов, попадающих в сеть, и который изменяется во времени по нелинейному закону.

Проявление этих хаотических явлений в функционировании сетей, а следовательно значительного уменьшения пропускной способности сетей, позволяют утверждать об актуальности исследований, направленных на определение значений параметров инфокоммуникационных сетей, при которых возникают (или не возникают) нежелательные хаотические явления, чему и посвящена данная статья. Результаты этих исследований дадут возможность проектировать (и сопровождать в течение их жизненного цикла) телекоммуникационные системы с протоколом TCP, в которых будут отсутствовать хаотические явления, что повысит их пропускную способность.

## II. Математическое моделирование поведения TCP-соединений

**Тестовый стенд.** В данной работе для изучения поведения TCP-потоков использовался дискретно-временной симулятор с открытым исходным кодом ns-3 (Network Simulator 3). Он предоставляет исследователю набор классов, пользуясь которыми, наследуя и модифицируя их, можно смоделировать широкий спектр протоколов и процессов, происходящих в сетях. Также симулятор позволяет моделировать процессы в реальном времени и делать испытательный стенд частью моделируемой сети [16]. Симулятор ns-3 содержит множество тестов для всех компонентов, что гарантирует достоверность получаемых результатов.

С помощью данного симулятора создавалась модель сети TCP/IP (рис. 1), где все хосты связаны с маршрутизатором соединением типа точка-точка. На хостах-отправителях моделировалась работа приложений, посылающих данные с постоянной интенсивностью (bitrate) на хост-получатель, где работало приложение, принимающее данные от обоих хостов. Скорость генерирования данных отправителями ( $C_f$ ), задержку ( $d_b$ ) и пропускную способность ( $C_b$ ) каналов в узком месте, а также задержку ( $d$ ) и пропускную способность ( $C$ ) каналов у хостов-отправителей можно было варьировать, задавая для каждого эксперимента свои параметры. Также изменялся еще один параметр – размер буфера типа Drop Tail Queue ( $Q_s$ ) на сетевом интерфейсе маршрутизатора, соединенном с получателем. Окно принимающего хоста (rwnd) было преднамеренно сделано очень большим, чтобы лимитирующим фактором было только значение окна перегрузки (cwnd).



Рис. 1. Тестовый стенд



Очевидно, что состояние перегрузки в такой сети возникнет, когда суммарная скорость, с которой хосты-отправители посылают данные, будет превосходить пропускную способность канала получателя. Причем ключевыми параметрами, влияющими на возникновение перегрузки, будут  $C_f$ ,  $d_b$ ,  $C_b$ , и  $Q_s$ , так как при достаточной пропускной способности каналов хостов-отправителей и малой задержке они не будут влиять на алгоритм управления перегрузкой протоколом TCP. В дальнейшем, при описании численных экспериментов, будут приводиться значения только этих параметров.

**Методика изучения поведения TCP-протокола.** Даже в такой простой системе с двумя TCP-соединениями количество переменных, характеризующих состояние данной динамической системы, достаточно большое (кроме того, мы не можем точно определить их количество в реальной исследуемой динамической системе). Но можно выбрать соответствующее сечение фазового пространства путем надлежащего выбора этих фазовых переменных. Было выбрано значение окна перегрузки (cwnd), так как оно непосредственно влияет на скорость пересылки данных.

Во время моделирования процесса работы двух TCP-соединений отслеживалось изменение значений cwnd каждого TCP потока от отправителей к получателю. В результате были получены два временных ряда (для двух хостов), которые задают ступенчатую функцию зависимости cwnd от времени.

В работе [9] было предложено использовать усредненные по  $N$  значения временного ряда  $[x_t, x_{t-\delta}, x_{t-2\delta}, \dots]$  как легко измеримую характеристику сложных систем и было показано, что ее можно использовать для восстановления скрытых многомерных траекторий. Данный метод, примененный к значениям окна перегрузки (cwnd), приводит к соотношениям [8]:

$$x[i] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N cwnd_x[i-j],$$
$$y[i] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N cwnd_y[i-j]$$

Здесь  $x$  и  $y$  обозначают два TCP-потока. Величина  $N$  отвечает за масштаб усреднения, и чем больше  $N$ , тем больше скрытых размерностей системы может быть восстановлено.

В данном случае функции cwnd( $t$ ) различны для каждого из хостов и зафиксированы только моменты изменения значения этой функции. Поэтому для применения вышеописанного метода и построения фазового портрета необходимо взять значения окна перегрузки в одинаковые моменты времени.

**Фазовый портрет.** При определенных параметрах тестового стенда рассматриваемая тестовая система проявляет довольно сложное поведение. В частности, ниже приведены графики зависимости cwnd( $t$ ) при  $C_f=5$  Мб/с,  $d_b=10$ мс,  $C_b=5$  Мб/с,  $Q_s=20$  пакетов (1 пакет = 536 байт во всех проведенных численных экспериментах) (рис. 2) и более жесткий режим при  $Q_s=2$  пакета (рис.3.). На обоих графиках временного ряда

можно заметить наличие регулярного «биения», т.е. каждый из TCP-потоков попеременно получает преимущество друг над другом на определенный промежуток времени в попытке захвата доступной полосы пропускания канала.

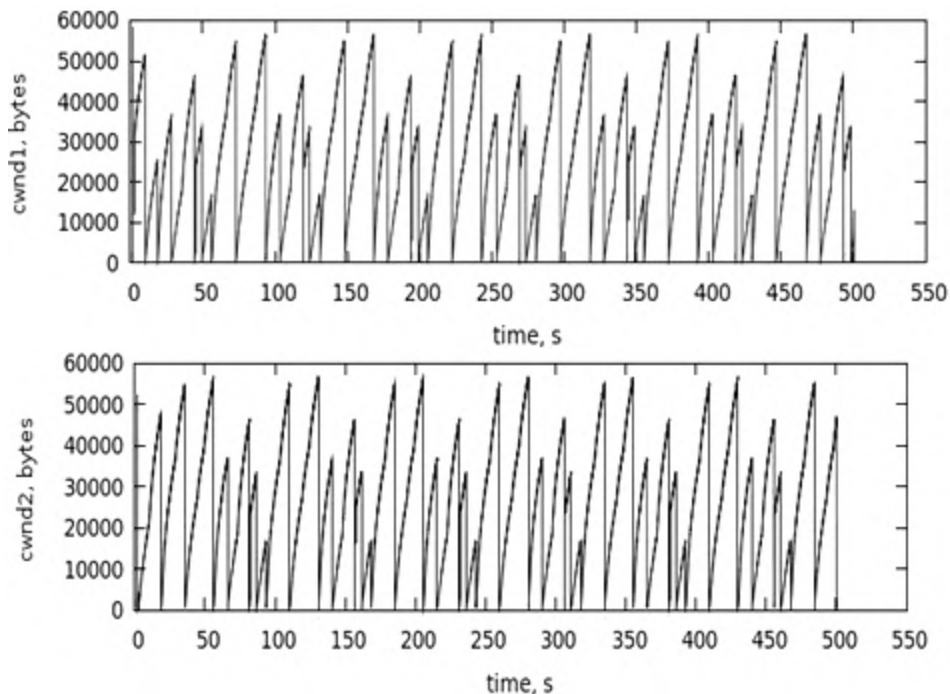


Рис. 2. Зависимость окна перегрузки cwnd от времени

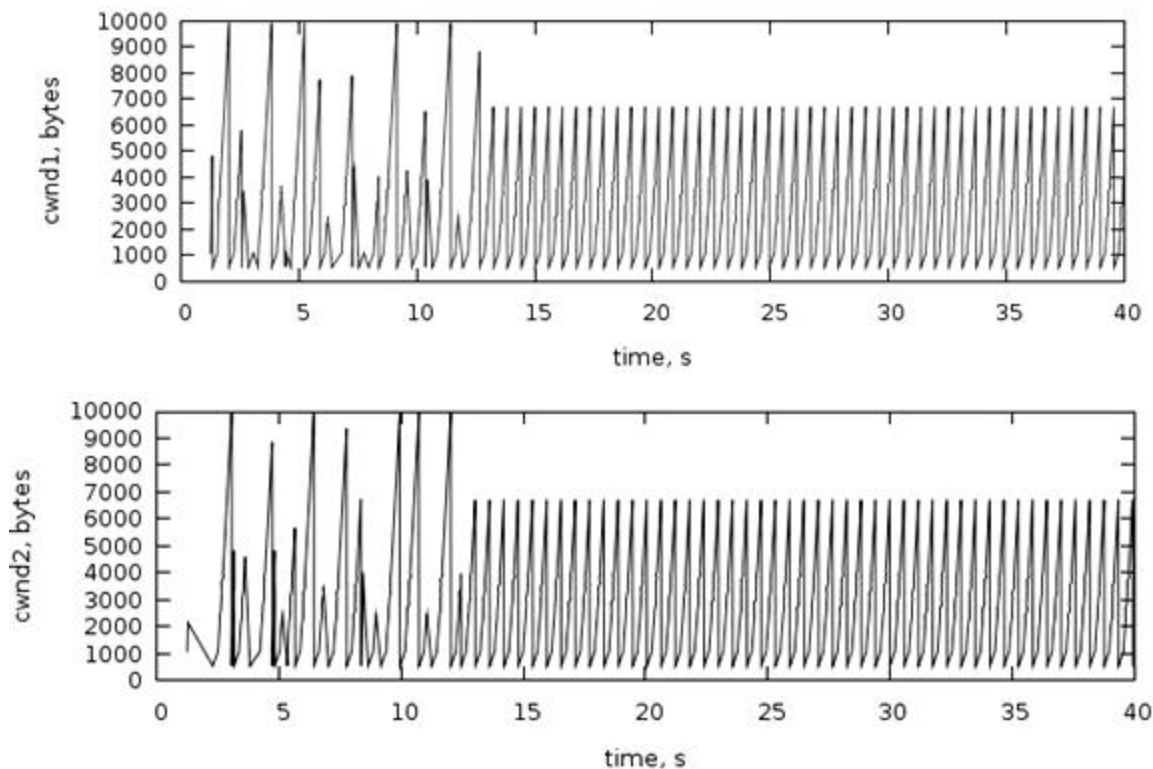


Рис. 3. Зависимость окна перегрузки cwnd от времени

Фазовые портреты, соответствующие рис. 2 и рис. 3, полученные путем обработки данных, согласно описанному в предыдущем разделе алгоритму, при  $N=2000$  и  $\delta t = 10$  мс приведены на рис. 4 и рис. 5.

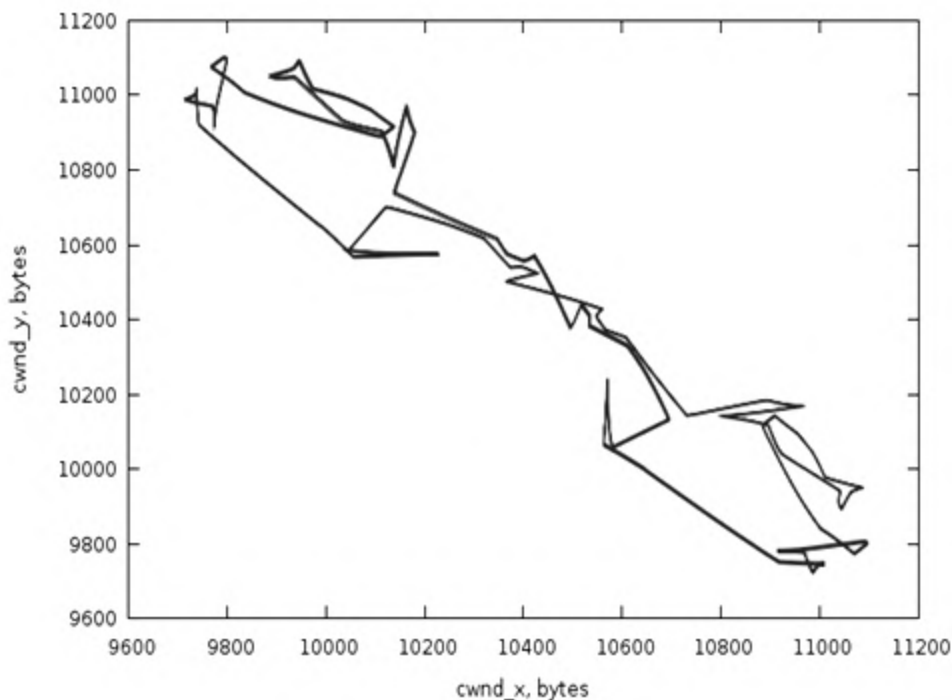


Рис. 4. Фазовый портрет  $Q_s = 20$

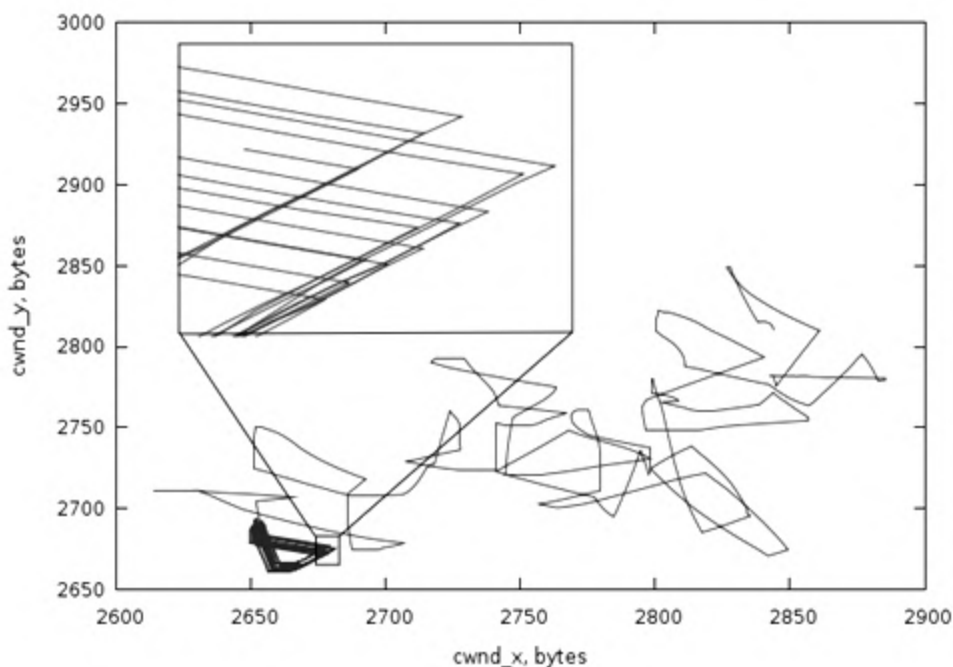


Рис. 5. Фазовый портрет  $Q_s = 2$

Как можно видеть, фазовые траектории образуют предельный цикл, который имеет довольно тонкую структуру. Причем эта траектория довольно устойчива – при



изменении времени старта TCP потоков друг относительно друга изображающая точка после небольшого «блуждания» начинает описывать ту же замкнутую траекторию.

В случае отсутствия перегрузки ( $Q_s=100$  пакетов) значение  $swnd$  обоих хостов неограниченно растет, а на фазовом портрете нет никаких аномалий.

**Максимальный показатель Ляпунова.** Фазовые портреты удобны тем, что не только могут наглядно отобразить состояние динамической системы, но и дают возможность рассчитать (например, используя алгоритм Бенеттина [18]) максимальный показатель Ляпунова  $\lambda$  (Maximum Lyapunov Exponent) – величину, которая характеризует скорость разбегания близких траекторий, положительное значение которой обычно принимается как индикатор хаотического поведения системы. Однако построить фазовый портрет системы удастся только в небольшом количестве случаев. При добавлении одного нового отправителя в моделируемую систему размерность исследуемого фазового пространства тоже будет увеличиваться на единицу и анализировать полученные данные будет все сложнее, не говоря о том, что визуализация фазового пространства возможна, только если его размерность меньше 4.

Таким образом, необходим инструмент, который позволит производить анализ получаемых данных независимо от количества имеющихся TCP-сеансов. Для этой цели был выбран пакет утилит TISEAN [19,20], предназначенный для анализа временных рядов и основанный на теории нелинейных детерминированных динамических систем или теории хаоса.

Для подсчета максимального показателя Ляпунова использовалась утилита `lyap_k` из пакета TISEAN. Результатом ее работы является набор данных, представляющих собой зависимость логарифма коэффициента разбегания траекторий от времени  $S(\varepsilon, m, \Delta n)$  [19], который вычисляется следующим образом:

$$S(\varepsilon, m, \Delta n) = \frac{1}{N} \sum_{n_0=1}^N \ln \left( \frac{1}{|U(s_{n_0})|} \times \sum_{s_n \in U(s_{n_0})} |s_{n_0+\Delta n} - s_{n+\Delta n}| \right),$$

где  $\varepsilon$  – окрестность точки  $s_{n_0}$ ,  $m$  – размерность фазового пространства,  $\Delta n$  – время, а  $U(s_{n_0})$  – окрестность точки  $s_{n_0}$  диаметра  $\varepsilon$ .

В данном алгоритме выбирается точка  $s_{n_0}$  в фазовом пространстве и отмечаются ее соседи, отдаленные от  $s_{n_0}$  не более чем на  $\varepsilon$ . Далее вычисляется среднее расстояние до всех соседей как функция прошедшего времени  $\Delta n$ . Тогда логарифм среднего расстояния в момент времени  $n_0 + \Delta n$  (плюс логарифм начального расстояния) является некой эффективной скоростью разбегания траекторий за время  $\Delta n$ . При повторении описанных шагов для достаточно большого количества значений  $n_0$  все флуктуации усредняются.

Если величина  $S(\varepsilon, m, \Delta n)$  проявляет линейный рост с одинаковым уклоном в разумном диапазоне значений  $\varepsilon$ , тогда тангенс угла наклона прямой, аппроксимирующей этот участок, можно полагать приближенно равным максимальному показателю Ляпунова.

Ниже представлены результаты, полученные после обработки и визуализации временного ряда  $cwnd(t)$ , соответствующего рис. 4 (см. рис. 6), с помощью утилиты `lyap_k`. На рисунке изображены кривые  $S(\varepsilon, m, \Delta n)$  для пяти различных значений  $\varepsilon$  и прямая  $y = a + bx$ , аппроксимирующая линейный участок этих кривых. Таким образом, значение  $b$  численно равно максимальному показателю Ляпунова.

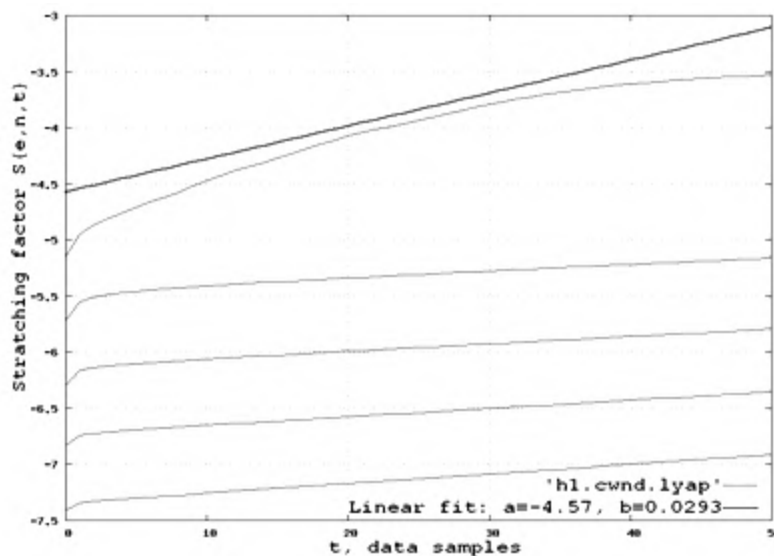


Рис. 6. Вычисление показателя Ляпунова

В случае отсутствия перегрузки показатель Ляпунова  $\lambda < 0$ , а значит такая система не проявляет хаотического поведения.

### III. Новые математические подходы

Процесс передачи пакетов в соответствии с протоколом TCP можно представить в виде колебательного процесса, частота которого определяется временем распространения пакета между двумя концами TCP-соединения. На время передачи информации оказывают влияние задержки получения подтверждений ACK. Чем больше время задержки, тем ближе поведение колебательного процесса к поведению физического маятника вблизи сепаратрисы [21]. На сепаратрисе маятник может задерживаться достаточно долго, что в рассматриваемом процессе связано с временем ожидания квитанции в условиях конкуренции различных независимых TCP-соединений. Поскольку поведение маятника вблизи сепаратрисы имеет нелинейный характер, то в условиях, когда соединения влияют друг на друга, рассматривается условие взаимодействия нелинейных маятников. Таким образом, одиночные соединения описываются математическими маятниками, а когда они влияют друг на друга, то наблюдается поведение нелинейного маятника вблизи сепаратрисы.

Набор соединений транспортного протокола TCP, разделяющих общий канал, представляет собой сложную самоорганизующуюся систему в смысле Г. Хакена [22]. Поведение каждого из объектов протокола в этой системе определяется алгоритмом протокола, однако, поведение всей системы, как целого, вообще говоря, не описывается

совокупностью действий ее компонентов. Каждый объект протокола стремится максимально эффективно адаптироваться к доступным ресурсам сети в условиях кооперации с другими объектами этого протокола. В случае работы нескольких ТСП-сессий по одному каналу неизбежно происходит взаимодействие соседних ТСП-соединений, что позволяет рассматривать их как ансамбль макроскопических нелинейных систем.

С точки зрения передачи информации в каждом ТСП-соединении происходит следующее: отправитель передает получателю сформированные им сегменты, а в ответ получает подтверждение получения сегмента (ACK, acknowledgement). С физической точки зрения в первом приближении этот процесс можно представить, как колебания некоторого математического маятника. Таким образом, каждое ТСП-соединение может быть представлено в виде нелинейной колебательной системы.

В работе предлагается математическая модель взаимодействующих ТСП-соединений в виде ансамбля нелинейных математических маятников, в котором каждое ТСП – соединение выступает в роли такого маятника [23, 24, 25]. В этом случае  $n$  ТСП-соединений можно описать следующей системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x_1'' + \omega_1^2 \sin x_1 = \Phi_1(t, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ x_2'' + \omega_2^2 \sin x_2 = \Phi_2(t, x_1, x_3, \dots, x_n) \\ x_i'' + \omega_i^2 \sin x_i = \Phi_i(t, x_1, x_3, \dots, x_n) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_n'' + \omega_n^2 \sin x_n = \Phi_n(t, x_1, x_2, x_3, \dots), \end{cases} \quad (1)$$

где  $x_i(t)$  – количество пакетов в секунду в  $i$ -м ТСП-соединении в момент времени  $t$ ,  $\Phi_n$  – функция, зависящая от битрейта (bitrate) каждого ТСП-соединения и, кроме того, определяющая взаимное влияние ТСП –соединений друг на друга,  $\omega_i^2$  – “собственная частота” ТСП-соединения, которая зависит, в первую очередь, от размера буфера, пропускной способности и задержки в канале, в котором взаимодействуют все  $n$  ТСП-соединений. Исходя из физических соображений, начальные условия должны быть заданы в виде

$$\begin{aligned} (x_1)_{t=0} = x_1^0, (x_2)_{t=0} = x_2^0, \dots, (x_i)_{t=0} = x_i^0, \dots, (x_n)_{t=0} = x_n^0; \\ (x_1')_{t=0} = 0, (x_2')_{t=0} = 0, \dots, (x_i')_{t=0} = 0, (x_n')_{t=0} = 0, \end{aligned}$$

где  $x_1^0, x_2^0, \dots, x_i^0, \dots, x_n^0$  – начальные значения независимых переменных.

Характер движений маятника существенно зависит от начальной энергии (начальной амплитуды) колебаний (т.е. скорости генерации трафика в отдельных ТСП-соединениях).

Очевидно, что при тех значениях параметров колебательной системы, при которых наблюдаются хаотические явления, начальные значения должны быть выбраны достаточно большими, т.е. соответствующими нахождению изображающей точки вблизи сепаратрисы, являющейся границей раздела колебательных и вращательных движений каждого из маятников [21].

В первом приближении можно считать, что все  $\omega_i$  равны, т.к. все ТСП-соединения совместно используют линию связи и буфер маршрутизатора. Отличие состоит в фазе колебаний маятников, описывающих отдельные ТСП-соединения. Хотя в действительности эти частоты различаются, т.к. отдельные ТСП-соединения имеют различные значения RTT (Round Trip Time).

#### IV. Математическое моделирование работы множества ТСП-соединений

Взаимодействие соседних ТСП-соединений можно описать в виде функции  $\alpha_i \prod_{k=1}^n x_k$ , где в каждом произведении для  $i$ -го соединения отсутствует член с номером  $i$ , а  $\alpha_i$  определяет степень влияния различных ТСП-соединений на  $i$ -е соединение. В первом приближении можно считать эту величину одинаковой для всех ТСП-соединений, но в действительности эта величина также, очевидно, зависит от RTT различных ТСП-соединений.

Усредненный трафик в каждый момент времени в данной конфигурации сети можно вычислить как

$$\hat{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(t), \quad (2)$$

где  $x_i(t)$  определяются в результате решения системы уравнений (1).

«Собственная частота» ТСП-соединения может быть определена как

$$\omega_i^2 = \frac{C_{fi} B}{d_b},$$

где обозначения параметров совпадают с ранее введенными ( $C_{fi}$  – скорость передачи в  $i$ -ом соединении, Мб/с,  $d_b$  – задержка в канале, мс), а вместо  $Q_s$  используется параметр  $B$  – минимальный размер буфера в узком месте (в пакетах).

Функции  $\Phi_i$  имеют вид, в котором содержится член, учитывающий взаимодействие связанных нелинейных маятников [26]

$$\Phi_i(t, x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) = A_i \sin(\Omega_i t) + \alpha_i \prod_{k=1}^n x_k \quad k \neq i,$$

где первый член представляет собой гармоническую возмущающую силу с постоянной амплитудой  $A_i$ , зависящей от битрейта (bitrate) каждого  $i$ -го ТСП-соединения, и частотой  $\Omega_i$ , а второй определяет влияние соседних ТСП-соединений на  $i$ -е ТСП-соединение,  $\alpha_i$  – коэффициент связи  $i$ -го ТСП-соединения с остальными соединениями.

Тогда система (1) принимает следующий вид

$$\begin{cases} x_1'' + \omega_1^2 \sin x_1 = A_1 \sin(\Omega_1 t) + \alpha_1 \prod_{k=1}^n x_k, & k \neq 1; \\ x_2'' + \omega_2^2 \sin x_2 = A_2 \sin(\Omega_2 t) + \alpha_2 \prod_{k=1}^n x_k, & k \neq 2; \\ x_i'' + \omega_i^2 \sin x_i = A_i \sin(\Omega_i t) + \alpha_i \prod_{k=1}^n x_k, & k \neq i; \\ \vdots \\ x_n'' + \omega_n^2 \sin x_n = A_n \sin(\Omega_n t) + \alpha_n \prod_{k=1}^n x_k, & k \neq n. \end{cases} \quad (3)$$

Фазовый портрет для двух любых ТСП-соединений может быть построен в результате решения системы (3), т.е. фазовые траектории определятся как кривые в параметрической форме  $x_k(t), x_i(t)$ . В этом случае будет учтено влияние остальных ТСП-соединений на два соединения, выбранных для построения фазового портрета.

Для проверки адекватности модели (3) было проведено моделирование для тестового стенда (рис.1) [27] с целью сравнения его результатов с результатами, полученными при использовании симулятора ns-3.

Для решения системы (3) использовался метод Рунге–Кутты в пакете MATLAB.

Для «жесткого» режима работы (наличие переполнения буфера и возникновения заторов) исходные данные для расчетов были следующие:

- скорость генерирования данных  $C_{fi} = 5$  Мб/с;
- задержка в канале  $d_b = 10$ мс;
- пропускная способность  $C_b = 5$  Мб/с;
- объем буфера маршрутизатора  $B = 2p = 10,72 \cdot 10^{-4}$  Мб (размер пакета  $p = 536$  байт).

Временной ряд, полученный в результате решения системы (3), исследовался с помощью пакета TISEAN [18].

Результаты проведенных расчетов приведены на рис. 7 (фазовый портрет) и рис.8 (максимальный показатель Ляпунова).



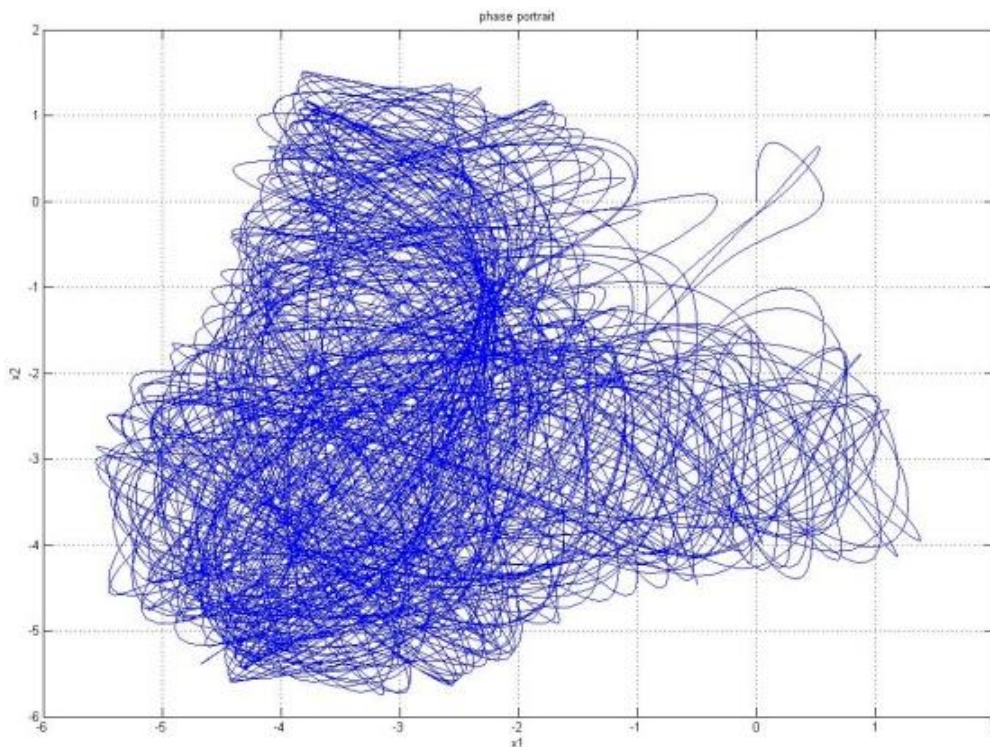


Рис. 7. Фазовый портрет

Из анализа результатов (рис. 7, рис. 8) следует, что при приведенных значениях параметров рассматриваемая динамическая система находится в хаотическом режиме (значение показателя Ляпунова положительное).

Полученные данные говорят о наличии хаотического режима работы тестового стенда, что хорошо согласуется с результатами, полученными при моделировании работы стенда с помощью симулятора ps-3 (рис. 5, рис. 9). Для вычисления показателя Ляпунова в этом случае также использовался пакет TISEAN.

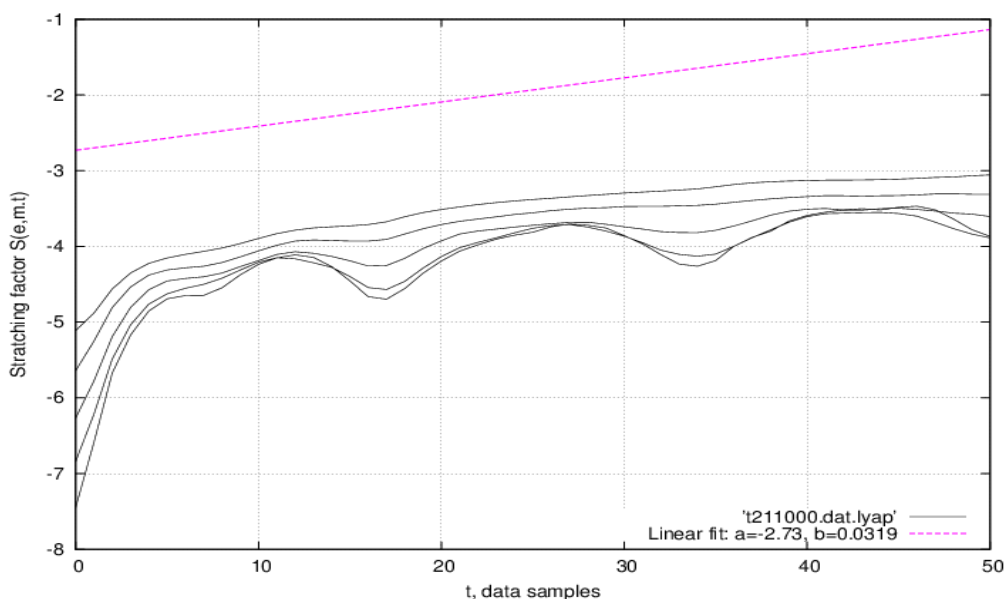


Рис. 8. Показатель Ляпунова  $\lambda = 0,0319$

В то же время для других параметров тестового стенда ( $B=100$  пакетов) система не проявляет хаотических свойств. Некоторые расхождения в значениях максимального показателя Ляпунова для двух описанных методов моделирования связаны как с некоторой неопределенностью в самом методе расчета показателя Ляпунова в пакете TISEAN, так и с различием используемых математических моделей. Кроме того, при построении фазового портрета в одном случае в качестве фазовых переменных использовались значения трафика (в пакетах), а в другом – значения окна перегрузки (cwnd в байтах). Важен тот факт, что оба способа моделирования дают качественно один и тот же результат: в случае наличия хаотического режима в обоих случаях значение максимального показателя Ляпунова положительное, а при отсутствии хаотического режима – отрицательное. Это подтверждает адекватность предложенной математической модели множества TCP-соединений как ансамбля математических маятников и дает возможность использовать данную модель при моделировании реальных компьютерных сетей с протоколом TCP.

Было проведено моделирование тестовой сети с  $n$  отправителями ( $n = 32$ ), т.е. в случае, когда 32 TCP-соединения работают одновременно в одном канале (т.н. «узкое место», bottleneck). В результате решения системы (3) был построен фазовый портрет для двух выбранных TCP-соединений, а также вычислен максимальный показатель Ляпунова. Результаты подтвердили адекватность модели (3). Для той же тестовой сети с такими же параметрами был проведен физический эксперимент. Характер полученного временного ряда подтвердил вывод о наличии хаотического режима работы тестовой сети. Результаты физического эксперимента качественно подтверждают результаты математического моделирования: при наличии хаотического режима работы сети наблюдается характерный вид временного ряда для трафика.

## Выводы

В работе предложен новый подход к моделированию компьютерных сетей с протоколом TCP. Несколько TCP-соединений, сосуществующих в одном канале, представляются как ансамбль нелинейных математических маятников, описываемых системой дифференциальных уравнений вида (3). Приведено сравнение результатов, полученных при решении этой системы, с результатами имитационного моделирования с использованием сетевого симулятора ns-3. Обработка временных рядов (вычисление максимального показателя Ляпунова) в обоих случаях проводилась с помощью пакета анализа временных рядов TISEAN. Сравнение результатов, полученных указанными способами, показало их хорошее совпадение, что позволяет сделать вывод об адекватности предложенной модели ансамбля нелинейных математических маятников для описания поведения множества TCP-соединений в одном канале.

Основные результаты, полученные авторами в результате проведенных исследований:

– впервые разработана математическая модель множества TCP-соединений в одном физическом канале в виде ансамбля связанных нелинейных колебательных си-

стем, использование которой позволило адекватно описать механизм и условия возникновения заторов, уменьшающих производительность компьютерных сетей, использующих транспортный протокол TCP;

– впервые разработан метод анализа поведения нескольких соседних TCP-соединений с использованием фазовых портретов и показателя Ляпунова, что позволяет исследовать хаотические режимы компьютерных сетей при различных значениях наиболее информативных параметров;

– впервые разработан метод анализа поведения компьютерных сетей при наличии перегрузок, позволяющий найти потенциально узкие места, в которых возможно образование (возникновение) заторов; применение данного метода дает возможность сформулировать рекомендации относительно выбора параметров сети при ее проектировании и дальнейшей эксплуатации в течение жизненного цикла.

Полученные результаты позволяют построить инженерную методику поиска «узких» мест в инфокоммуникационных сетях с протоколом TCP и дать рекомендации по уменьшению (устранению) их влияния на производительность сети. В глобальном масштабе всей сети Internet решить проблему заторов и потерь пакетов, очевидно, не представляется возможным в связи с тем, что перестроить всю сеть нельзя в силу технических и экономических причин. Однако, в ограниченных по размерам сетях (даже довольно больших автономных системах), возможно дать рекомендации по проектированию (и дальнейшей эксплуатации) таких сетей, которые позволят свести к минимуму отрицательные явления хаотизации.

### Список литературы:

1. Postel J. Transmission Control Protocol. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.rfc-editor.org/std/std7.txt>.
2. Braden R.T. Requirements for Internet Hosts – Communication Layers. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://tools.ietf.org/html/rfc1122>.
3. Jacobson V., Braden R., Borman D. TCP Extensions for High Performance [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.rfc-editor.org/rfc/rfc1323.txt>.
4. Mandelbrot B.B. Self-similar error clusters in communications systems and the concept of conditional systems and the concept of conditional stationarity. // IEEE Transactions on Communications Technology. – 1965. – Т. 13. – №. 1. – P. 71-90.
5. Leland W.E., Taqqu M.S., Willinger W., Wilson D.V. On the self-similar nature of ethernet traffic // IEEE/ACM Transactions of Networking. – 1994. – No 2(1). – P. 1-15.
6. Floys S. Simulator tests. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <ftp://ftp.ee.lbl.gov/pa-pers/simtests.ps.Z>.
7. Chengyu Zhu, Yang O.W.W., Aweya J., Ouellette M., Montuno D.Y. A comparison of active queue management algorithms using the OPNET Modeler IEEE Communication Magazine. – 2002. – V. 40, Issue 6. – P. 158 – 167.
8. Veres A., Boda V. The chaotic nature of TCP congestion control // In Proc. Nineteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. IEEE INFOCOM. – 2000. – V. 3. – P. 1715 – 1723.
9. Packard N.H., Crutchfield J. P., Farmer J. D., Shaw R.S. Geometry from a Time Series // Phys. Rev. Lett. – 1980. – Vol. 45, No 9. – P. 712-716.

10. Network simulator NS-2 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.isi.edu/nsnam/ns/>.
11. Карпучин А.В., Кудрявцев И.Н., Борисов А.В., Грицив Д.И. Использование симулятора NS-3 для изучения хаотического поведения высокоскоростных сетей связи // Proc. of International Conference "Parallel and Distributed Computing Systems". PDCS 2013. – Харьков, 2013. – С. 152–156.
12. Fowler H. J., Leland W. E. Local area network characteristics, with implications for broadband network congestion management // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 1991. – Т. 9, No 7. – P. 1139-1149.
13. Fengyx W., Tinnaornsrisuphap P., Philpy I. The Adverse Impact of the TCP Congestion-Control Mechanism in Distributed Systems // Proceedings of International Conference on Parallel Processing (ICPP'00). – 2000. – P. 1-15/
14. Veres A., Kenesi S. Molnár, Vattay G. On the propagation of long-range dependence in the internet // SIGCOMM Comput. Commun. Rev. - 2000. – Vol.30, No 4. – P. 243–254.
15. Feng W., Tinnaornsrisuphap P. The failure of TCP in High-Performance Computational Grids // In Proceedings of International Conference on Parallel Processing (ICPP'00), 2000. – P. 21-31.
16. Paxson V., Floyd S. Wide-Area Traffic: The Failure of Poisson Modeling // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1995. - Vol. 3 No. 3. – P. 226-244.
17. Simulator NS-3 and concomitant documentation [Online resource]. – Access mode: <http://nsnam.org>.
18. Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., Strelcyn J.M. Lyapunov characteristic exponents for smooth Dynamical systems; a method for computing all of them. Part 1: Theory. // Meccanica. An International Journal of Theoretical and Applied Mechanics AIMETA. – 1980. – Vol. 15, Issue 1. - P 9-20.
19. Hegger R., Kantz H., Schreiber T. The package of TISEAN programs and concomitant documentation [Online resource]. – Access mode: <http://www.mpi-pks-dresden.mpg.de/~tisean/>.
20. Hegger R., Kantz H., Schreiber T. Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package // CHAOS. – 1999. – No 9(2). – P. 413-435.
21. Балакирев В.А., Буц В.А., Мачехин Ю.П., Толстолюбский А.П. Динамика движения нелинейного маятника под воздействием внешней периодической силы // Письма в ЖТФ. – 1983. - Т. 9, Вып. 23. – С. 1428-1431.
22. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980. – 379 с.
23. Карпучин А.В. Математическое моделирование хаотических явлений в высокоскоростных сетевых информационных системах с протоколом TCP // Системи обробки інформації: Зб.наук.пр. – 2009. – Вып. 4(78). – С.64-69.
24. Карпучин А.В., Мачехин Ю.П. Анализ поведения информационных систем с большой нелинейностью // Материалы междунар. науч. конф. ISDMCI'2008, 18-23 мая 2008 г. Евпатория /ред. кол. В.И. Литвиненко (ред.). – Херсон :ХНТУ, 2008. – Том 3. – С. 141-162.
25. Карпучин А.В., Кириченко Л.О., Мачехин Ю.П., Радивилова Т.А. Математическое моделирование сильнонелинейных информационных систем // Материалы 1-й междунар. науч. конф. «Электронная компонентная база. Состояние и перспективы развития, 30 сентября–3 октября 2008, г. Судак. /ред. кол.: Н.И.Слипченко. – Харьков : ХНУРЭ, 2008. – С. 326-329.
26. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. – М. : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 560 с.
27. Haengmuk Cho, Karpukhin A.V., Kudryavtsev I.N., Borisov A.V., Gritsiv D.I. Computer Simulation of Chaotic Phenomena in High-Speed Communication Networks. // Journal of Korean Institute of Information Technology. – 2013. - Vol.11 No.3.- P. 113-122.