*УДК 621.395*

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБСЛУЖИВАНИЯ ЗАПРОСОВ НА РЕЗЕРВИРОВАНИЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ КАНАЛОВ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ ПОТОКОВ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

К.А. Польщиков
*Донбасская государственная машиностроительная академия*
Е.Н. Кубракова, Г.В. Сокол
*Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка*

***Abstract*** *– This article deals with mathematical model of the channel bandwidth reservation request servicing during real time flows transmission in a telecommunication network. It is proposed to use channel bandwidth reservation request probability for QoS estimation during real time flows transmission. This index considers weight of unsuccessful attempt for the real time flows resources reservation. The model is based on probabilistic time graphs mathematical tool and waiting theory usage. This mathematical model describes channel resources reservation requests servicing probability as a function of these requests properties and telecommunication channel parameters. The developed model application allows critical length selection providing for channel bandwidth reservation requests queue which is intended to be used while real time flows transmission. Computational experiments results show that rational requests queue length values selection provided on the basis of the developed mathematical model allows sufficient increasing of the channel resources reservation requests servicing probability for the real time flows transmission.*

***Анотація*** *– Запропоновано математичну модель обслуговування запитів на резервування пропускної здатності каналів телекомунікаційної мережі при передачі потоків реального часу. Модель відображає залежність ймовірності обслуговування запитів на резервування канальних ресурсів від параметрів цих запитів і телекомунікаційного каналу..*

***Аннотация*** *– Предложена математическая модель обслуживания запросов на резервирование пропускной способности каналов телекоммуникационной сети при передаче потоков реального времени. Модель отражает зависимость вероятности обслуживания запросов на резервирование канальных ресурсов от параметров этих запросов и телекоммуникационного канала.*

## Введение

Для обеспечения качественной доставки мультимедийной информации в телекоммуникационной сети предусмотрено предварительное резервирование ресурсов, инициируемое поступлением запросов от пользователей на передачу потоков реального времени по соответствующим каналам. Резервировать ресурсы телекоммуникационных каналов для приложений реального времени позволяет сигнальный протокол RSVP (Resource ReSerVation Protocol) [1].

Интенсивность поступления от пользователей запросов на передачу потоков реального времени изменяется случайным образом. При возрастании этой интенсивности в сети наблюдается временный дефицит канальных ресурсов. Это обусловливает появление отказов в обслуживании запросов, поступивших от пользователей. При снижении указанной интенсивности уменьшается сетевая нагрузка, каналы работают в недогруженном режиме. В итоге каналы телекоммуникационной сети нагружаются неравномерно во времени, что приводит к их неэффективному использованию. Запросы,

получившие отказ, можно было бы буферизовать и обслужить позже, в то время, когда в канале освободится доступная пропускная способность, необходимая для передачи потоков реального времени. Однако соответствующие средства в телекоммуникационных сетях не предусмотрены [2, 3].

Реализация идеи буферизации запросов на передачу потоков реального времени позволит сгладить поток поступающих заявок и повысить используемость каналов телекоммуникационной сети [4, 5]. Применение такой буферизации целесообразно осуществлять в наиболее «проблемных» каналах, которые систематически подвергаются перегрузкам. Возможность буферизации большого количества запросов, с одной стороны, может улучшить качество обслуживания (Quality of Service, QoS), потому что в этом случае меньшее количество пользователей получит отказ в передаче потоков реального времени. С другой стороны, чем большее количество запросов будет находиться в очереди, тем длительнее будет ожидание пользователями обслуживания своих запросов, что приведет к снижению уровня QoS. Таким образом, актуальными являются исследования, направленные на обоснование рациональных размеров емкости для буферизации запросов на резервирование пропускной способности каналов для передачи потоков реального времени.

Статья посвящена решению научной задачи, состоящей в получении аналитических соотношений, отражающих зависимость показателей QoS от предельной длины очереди запросов на резервирование канальной пропускной способности для передачи потоков реального времени.

## I. Показатели QoS для трафика реального времени

Существующие стандарты предлагают систему показателей, характеризующих качество передачи информационных потоков. Для оценки QoS при передаче трафика реального времени большое значение имеют пакетные задержки [6] и их вариации (джиттер) [7]. При этом допускается небольшая доля потерянных пакетов [8]. В процессе резервирования и предоставления канальной пропускной способности, требуемой для качественной передачи мультимедийной информации, автоматически обеспечиваются допустимые значения указанных показателей. В этих условиях для оценки QoS требуются величины, характеризующие процесс резервирования ресурсов, необходимых для передачи мультимедийной информации. В качестве одного из таких показателей предлагается использовать вероятность обслуживания запроса на резервирование пропускной способности канала, необходимой для передачи потока реального времени:

$$\Omega = 1 - \frac{\lambda_\xi}{\lambda}, \qquad (1)$$

где $\lambda_\xi$ – интенсивность неудачных попыток осуществить резервирование пропускной способности канала для передачи потоков реального времени;

$\lambda$ – интенсивность поступающих запросов на резервирование пропускной способности канала для передачи потоков реального времени.

Неудачные попытки осуществить резервирование канальных ресурсов, возможность которых учитывает показатель $\Omega$, можно разделить на два типа. Неудачная попытка 1-го типа (Q-попытка) происходит в том случае, если в момент поступления запроса на резервирование канальных ресурсов длина очереди запросов, ожидающих освобождения требуемой пропускной способности, равна предельному значению $m$. Неудачная попытка 2-го типа (E-попытка) обусловлена тем, что пользователь по собственной инициативе отказывается от передачи потока реального времени из-за неприемлемо длительного ожидания обслуживания своего запроса.

Указанные типы неудачных попыток по-разному влияют на неудовлетворенность пользователей качеством обслуживания своих запросов. Исследования показали, что одна неудачна попытка 2-го типа оценивается пользователями так же негативно, как несколько неудачных попыток 1-го типа. В этом смысле можно утверждать, что вес E-попытки в $\gamma$ раз больше веса Q-попытки. Таким образом, определение интенсивности $\lambda_\xi$ следует осуществлять с учетом веса той или иной неудачной попытки.

## II. Формализованная постановка научной задачи

Пусть для передачи потоков реального времени в телекоммуникационной сети предусмотрено резервирование канальных ресурсов. При поступлении от пользователя соответствующего запроса формируется маршрут, в каждом канале которого предварительно резервируется пропускная способность, необходимая для передачи потока реального времени. В одном из наиболее загруженных каналов формируемого маршрута организована очередь запросов на резервирование пропускной способности, необходимой для передачи соответствующих потоков реального времени. Для резервирования пропускной способности указанного канала формируются запросы, средняя интенсивность поступления которых от одного пользователя равна $\lambda$. Кроме того, заданы следующие величины:

$C$ – пропускная способность канала;

$L$ – пропускная способность, требуемая для качественной передачи потока реального времени;

$\tau$ – средняя длительность передачи одного потока реального времени;

$\lambda_\Sigma$ – суммарная интенсивность поступающих от пользователей запросов на резервирование пропускной способности канала для передачи потоков реального времени;

$\theta$ – допустимое время ожидания пользователем обслуживания запроса на резервирование пропускной способности канала.

*Допущение*: временной интервал между поступлениями запросов на резервирование ресурсов заданного канала и длительность передачи потока реального времени подчиняются экспоненциальному закону.

*Ограничение*: отношение веса неудачной попытки 2-го типа к весу неудачной попытки 1-го типа является натуральным числом в пределах $2 \le \gamma \le 8$.

*Требуется* получить зависимость величины $\Omega$ от параметра $m$ в аналитическом виде.

## III. Разработка математической модели

Для решения поставленной задачи предлагается применить математический аппарат теории массового обслуживания, вероятностно-временных графов и производящих функций.

Вероятностно-временной граф (ВВГ), моделирующий обслуживание запросов на резервирование пропускной способности канала при $\gamma = 2$, представлен на рис. 1.

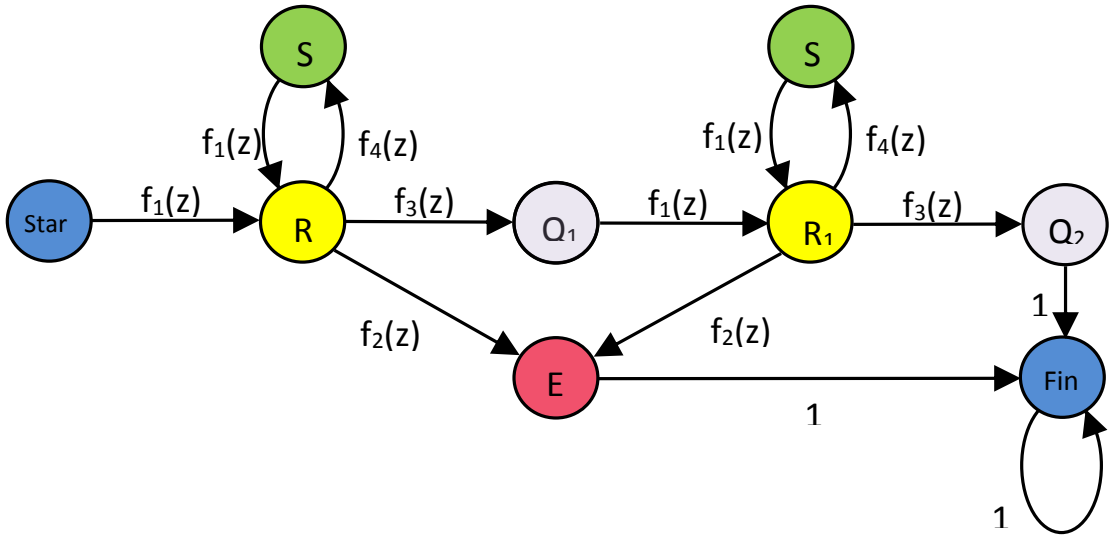


*Рис.* 1. Граф, моделирующий обслуживание запросов на резервирование пропускной способности канала при $\gamma = 2$

Вершины этого графа моделируют следующие состояния:

«Start» – начальное состояние;

«R» – поступил запрос на резервирование пропускной способности канала до осуществления какой-либо неудачной попытки;

«S» – поступивший запрос будет обслужен;

«E» – произошла E-попытка;

«$Q_1$» – произошла первая Q-попытка;

«$R_1$» – поступил запрос на резервирование пропускной способности канала после осуществления первой Q-попытки;

«$Q_2$» – произошла вторая Q-попытка;

«Fin» – конечное состояние.

Переходы между указанными состояниями моделируются ребрами графа. Тому или иному ребру соответствует одна из следующих функций:

$$f_1(z) = z^{\frac{1}{\lambda}}, \tag{2}$$

$$f_2(z) = P_E z^{\theta}, \tag{3}$$

$$f_3(z) = P_Q, \tag{4}$$

$$f_4(z) = (1 - P_E - P_Q) z^{\frac{1}{\lambda}}, \tag{5}$$

где $P_E$ – вероятность E-попытки; $P_Q$ – вероятность Q-попытки.

Выражение для определения величины $P_E$ можно получить на основе формулы для вычисления вероятности того, что заявка останется необслуженной в системе с ожиданием [9]:

$$P_E = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{\dfrac{\alpha^n}{n!} \sum\limits_{s=1}^{m} \dfrac{s\alpha^s}{\prod\limits_{l=1}^{s}(n+l\beta)}}{\sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\alpha^k}{k!} + \dfrac{\alpha^n}{n!} \sum\limits_{s=1}^{m} \dfrac{\alpha^s}{\prod\limits_{l=1}^{s}(n+l\beta)}}, \tag{6}$$

где

$$\alpha = \lambda_{\Sigma}\tau, \tag{7}$$

$$\beta = \frac{\tau}{\theta}. \tag{8}$$

В формуле (6) вместо числа, соответствующего количеству обслуживающих приборов, было использование отношение

$$n = \frac{C}{L}, \tag{9}$$

показывающее, сколько потоков реального времени можно одновременно передавать с приемлемым качеством по каналу сети.

Выражение для определения величины $P_Q$ можно получить на основе формулы для вычисления вероятности того, что заявка останется необслуженной в системе с ограничением по длине очереди [9]:

$$P_Q = \frac{\dfrac{\alpha^n}{n!} \cdot \dfrac{\alpha^m}{\prod\limits_{l=1}^{m}(n+l\beta)}}{\sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{\alpha^k}{k!} + \dfrac{\alpha^n}{n!} \sum\limits_{s=1}^{m} \dfrac{\alpha^s}{\prod\limits_{l=1}^{s}(n+l\beta)}}. \tag{10}$$

С помощью эквивалентных преобразований [10 – 12] ВВГ, представленный на рис. 1, сводится к простейшему виду (рис. 2).

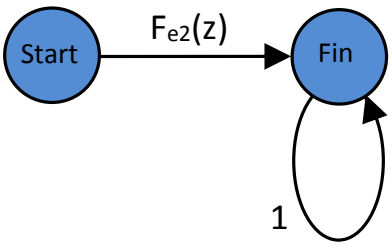


*Рис.* 2. ВВГ после эквивалентных преобразований

Производящая функция $F_{e2}(z)$ может быть найдена по формуле:

$$F_{e2}(z) = f_1(z)F_2(z), \tag{11}$$

где

$$F_2(z) = \frac{f_2(z) + f_3(z)f_1(z)F_1(z)}{1 - f_1(z)f_4(z)}, \tag{12}$$

где

$$F_1(z) = \frac{f_2(z) + f_3(z)}{1 - f_1(z)f_4(z)}. \tag{13}$$

При $\gamma > 2$ моделируемый процесс можно представить в виде графа, изображенного на рис. 3.

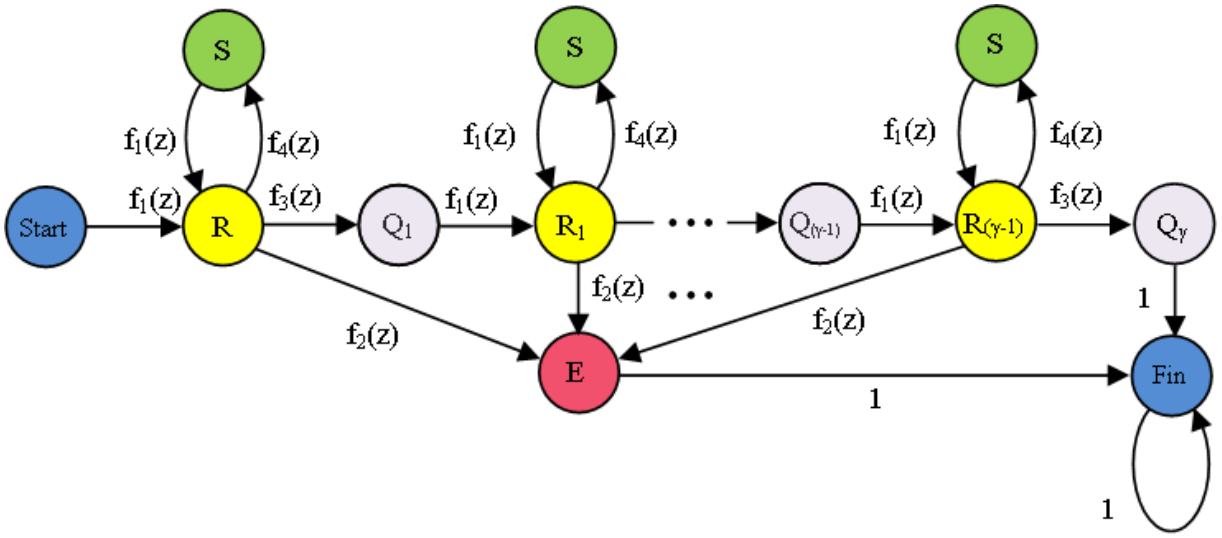


*Рис.* 3. Граф, моделирующий обслуживание запросов на резервирование пропускной способности канала при $\gamma > 2$

Производящая функция в этом случае может быть найдена по формуле:

$$F_{e\gamma}(z) = f_1(z)\frac{f_2(z) + f_3(z)f_1(z)F_{(\gamma-1)}(z)}{1 - f_1(z)f_4(z)}, \tag{14}$$

где

$$F_{(\gamma-1)}(z) = \frac{f_2(z) + f_3(z)f_1(z)F_{(\gamma-2)}(z)}{1 - f_1(z)f_4(z)}. \tag{15}$$

Среднее время, в течение которого будут совершены $\gamma$ неудачных попыток 1-го типа или одна неудачная попытка 2-го типа, можно вычислить с помощью выражения:

$$T_\gamma = \left.\frac{dF_{e\gamma}(z)}{dz}\right|_{z=1}. \tag{16}$$

Интенсивность неудачных попыток осуществить резервирование пропускной способности канала для передачи потоков реального времени является величиной, обратной $T_\gamma$:

$$\lambda_{\xi} = \frac{1}{T_{\gamma}}. \qquad (17)$$

Определив величину $\lambda_{\xi}$, по формуле (1) можно вычислить искомую вероятность обслуживания запроса на резервирование пропускной способности канала, необходимой для передачи потока реального времени.

Из формул (6) и (11) видно, что вероятности $P_E$ и $P_Q$ зависят от предельной длины очереди запросов. Поэтому аналитические выражения, полученные в результате моделирования, отражают зависимость показателя $\Omega$ от величины $m$.

## IV. Применение математической модели для выбора предельной длины очереди запросов

Разработанная математическая модель может быть применена для выбора предельной длины очереди запросов на резервирование канальной пропускной способности для передачи потоков реального времени.

Для исходных данных, представленных в табл. 1, по формулам (1) – (18) выполнены расчеты показателя $\Omega$.

*Таблица* 1.Исходные данные для расчетных экспериментов

| Параметры | Значения | Единицы измерения |
|---|---|---|
| $C$ | 4 | Мбит/с |
| $L$ | 1 | Мбит/с |
| $\tau$ | 0,1 | час |
| $\lambda_{\Sigma}$ | 50 | 1/час |
| $\theta$ | 0,4 | час |
| $\lambda$ | 5 | 1/час |
| $\gamma$ | 2, 3, 4, 8 | - |

На основе этих вычислений построены графики зависимости $\Omega(m)$ при различных значениях $\gamma$ (рис. 4).

Анализ представленных зависимостей показывает, что для заданных параметров моделируемого процесса можно выбрать такое значение $m$, при котором резервирование ресурсов, необходимых для передачи потоков реального времени, будет наиболее эффективным. Например, график, изображенный на рис. 4,а, показывает, что если одна неудачна попытка 2-го типа оценивается пользователями так же негативно, как две неудачные попытки 1-го типа, то в канальной очереди не должно находиться больше семи запросов. Такое утверждение можно сделать на основе наблюдаемого в точке $m=7$ максимума функции $\Omega(m)$.

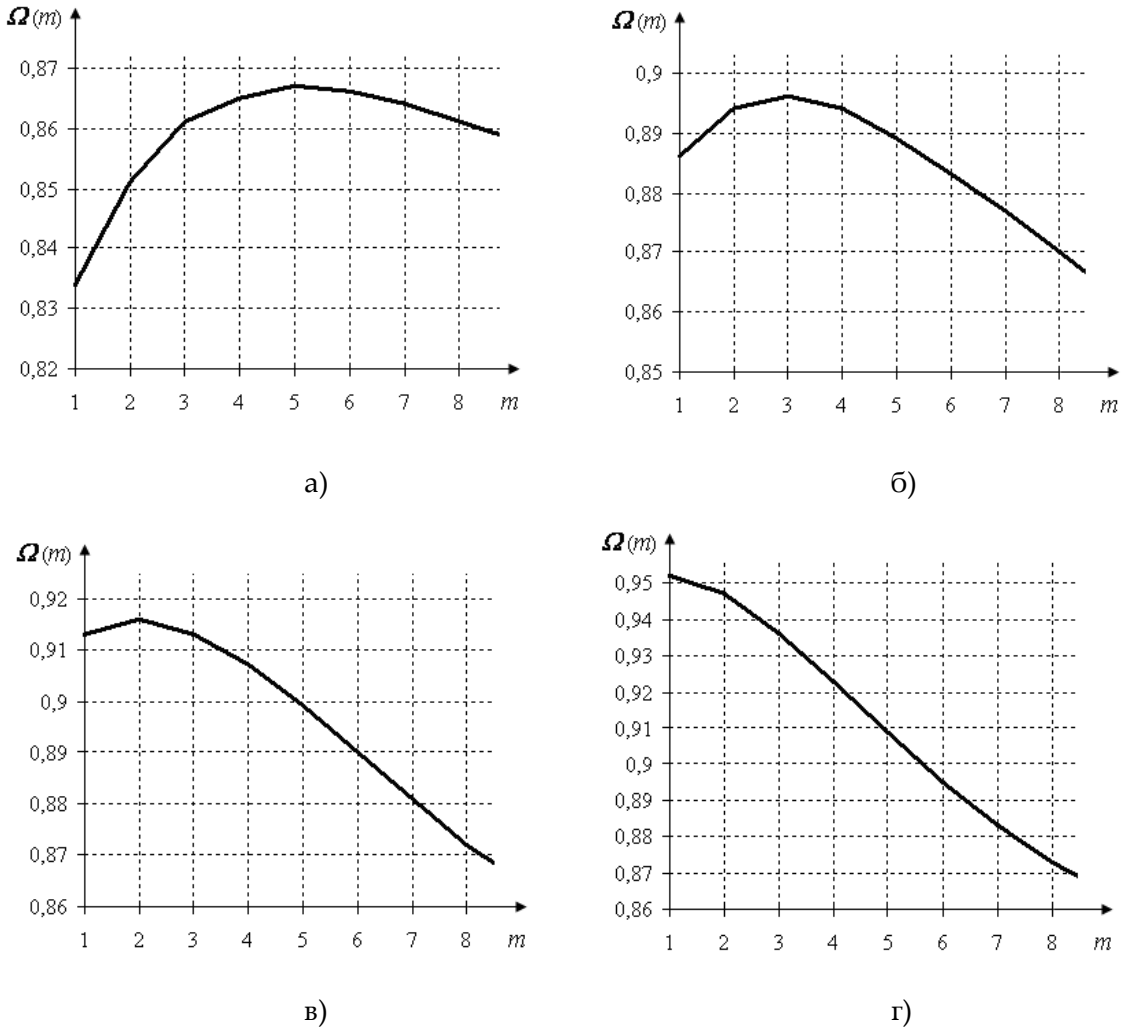


*Рис.* 4. График зависимости $\Omega(m)$: а) $\gamma = 2$; б) $\gamma = 3$; в) $\gamma = 4$; г) $\gamma = 8$

В табл. 2 представлены полученные рекомендации по выбору предельной длины очереди запросов при различных соотношениях весов неудачных попыток зарезервировать пропускную способность канала для передачи потоков реального времени.

*Таблица* 2. Данные о рекомендуемых значениях $m$ при заданных значениях $\gamma$

| Заданное значение $\gamma$ | Рекомендуемое значение $m$ |
|---|---|
| $\gamma = 2$ | $m = 7$ |
| $\gamma = 3$ | $m = 3$ |
| $\gamma = 4$ | $m = 2$ |
| $\gamma = 8$ | $m = 1$ |

В реальности величина $\gamma$ практически не зависит от времени. Наиболее изменчивой в течение суток является величина $\lambda_\Sigma$. Поэтому большое значение имеет правильный выбор предельной длины очереди запросов в условиях изменения интенсивности их поступления. На рис. 5 представлены кривые, соответствующие зависимости $\Omega(m)$ при $\gamma = 2$ и различных значениях $\lambda_\Sigma$.

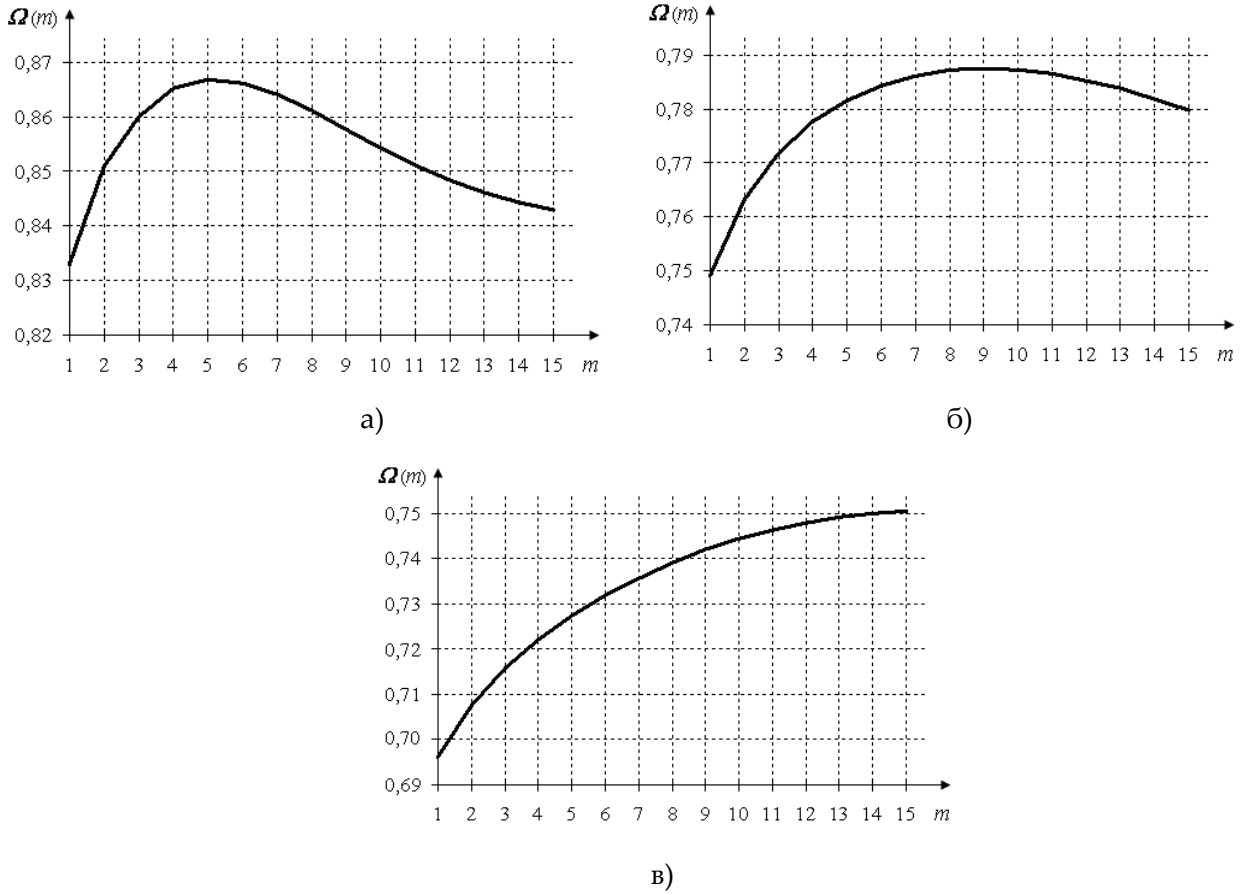


*Рис.* 5. График зависимости $\Omega(m)$: а) $\lambda = 50$ (1/час); б) $\lambda = 75$ (1/час); в) $\lambda = 100$ (1/час)

На основе этих графиков получены данные о том, какие значения $m$ рекомендуется выбирать при тех или иных значениях $\lambda_{\Sigma}$. Эти сведения содержатся в табл. 3.

*Таблица* 3. Данные о рекомендуемых значениях $m$ при заданных значениях $\lambda_{\Sigma}$

| Заданное значение $\gamma$, 1/час | Рекомендуемое значение $m$ |
|---|---|
| $\lambda_{\Sigma} = 50$ | $m = 5$ |
| $\lambda_{\Sigma} = 75$ | $m = 9$ |
| $\lambda_{\Sigma} = 100$ | $m = 15$ |

Расчеты показали, что выбор рациональных значений $m$, осуществляемый на основе применения предложенной математической модели, позволит увеличить на 3,9 % – 12,8 % вероятность обслуживания запроса на резервирование пропускной способности канала, необходимой для передачи потока реального времени.

## Выводы

1. Эффективным средством, обеспечивающим качественную передачу потоков реального времени в телекоммуникационных сетях, является предварительное резервирование пропускной способности каналов. Исследования показали, что буферизация поступающих от пользователей запросов на резервирование канальных ресурсов позволяет повысить используемость телекоммуникационных каналов. Для оценки

QoS при передаче мультимедийного трафика предложено использовать вероятность обслуживания запроса на резервирование пропускной способности канала. Этот показатель учитывает вес той или иной неудачной попытки осуществить резервирование пропускной способности канала для передачи потока реального времени. Вес неудачной попытки определяется ее влиянием на неудовлетворенность пользователя качеством обслуживания своих запросов.

2. Разработана математическая модель для оценки качества обслуживания запросов на резервирование канальных ресурсов, необходимых для передачи потоков реального времени. Модель основана на использовании математического аппарата теории массового обслуживания, вероятностно-временных графов и производящих функций. Она отражает зависимость вероятности обслуживания запросов на резервирование канальных ресурсов от параметров этих запросов и телекоммуникационного канала. Применение модели позволяет осуществить выбор предельной длины очереди запросов на резервирование канальной пропускной способности для передачи потоков реального времени.

**Список литературы:**

1. *Braden R., Zhang L., Berson S., Herzog S., Jamin S.* Resource ReSerVation Protocol (RSVP) – Version 1. Functional Specification // RFC 2205. – Available from: http://www.rfc-editor.org/rfc/rfc2205.txt.

2. *Polschykov K., Kubrakova K., Odaruschenko O.* Methods and Technologies Analysis of The Real-Time Traffic Transmission Requests Servicing // World Applied Programming. – Vol. 3, Issue 9. – 2013. – P. 446–450.

3. *Польщиков К. А., Одарущенко О. Н., Любченко Е. Н.* Анализ методов и технологий обслуживания запросов на передачу потоков реального времени в телекоммуникационной сети // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2012. – Вып. 7(59). – С. 68 – 72.

4. *Польщиков К. А., Одарущенко О. Н., Любченко Е. Н.* Модели обслуживания запросов на передачу потоков реального времени в телекоммуникационной сети // Научный вестник ДГМА. – 2012. – №2 (8Е). – С. 77–86.

5. *Polschykov K. A. , Odaruschenko O. N., Lyubchenko K. N.* Analytic model of the real time traffic transmission requests service in a telecommunication network // Radioelectronic and Computer Systems. – 2013. – Vol. 5 (64). – P. 313–318.

6. *Almes G., Kalidindi S., Zekauskas M.* A One-way Delay Metric for IPPM // RFC 2679. – Available from: http://www.ietf.org/rfc/rfc2679.

7. *Demichelis C.* IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM) // RFC 3393. – Available from: http://www.rfc-editor.org/rfc/rfc3393.txt.

8. *Кучерявый Е.А.* Управление трафиком и качество обслуживания в сети Интернет / СПб.: Наука и техника, 2004. – 336 с.

9. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.

10. *Лосев Ю. И., Бердников А. Г. , Гойхман Э. Ш.* Адаптивная компенсация помех в каналах связи. – М.: Радио и связь, 1988.

11. *Польщиков К.О.* Аналітична модель процесу доставки інформаційного повідомлення в мобільній радіомережі спеціального призначення // Науковий вісник ДДМА. – 2011. – №1 (7Е). – С. 159 – 165.

12. *Лосев Ю. И., Руккас К. М.* Методика определения вероятности доставки пакетов за заданное время // Проблемы телекоммуникаций. – 2010. – № 2 (2). – С. 69–76. – Режим доступа: http://pt.journal.kh.ua/2010/2/2/102_losev_method.pdf.