

УДК 621.391

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПЕРЕХОПЛЕННЯ СТРИБКІВ СИГНАЛУ ПЕРЕДАВАЧА З ППРЧ ПРИ ПОВТОРНИХ СПРОБАХ ВИЯВЛЕННЯ



[В.Ф. ЄРОХІН](#), [О.М. РОМА](#), [С.В. ВАСИЛЕНКО](#)

Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації НТУУ
«КПІ ім. Ігоря Сікорського»

Abstract – The article presents a mathematical model of interception of frequency-hopping spread spectrum mode (FHSS) for a series of measurements when the frequency bandwidth of a transmitter of the radio system (RS) and scanning bandwidth of receiver station electronic intelligence (EI) in total do not match. The result of the application of the model is to determine the probability of signal detection with FHSS mode. The main parameter that affects of this probability is the repeated attempts to detect the frequency position of transmitter with the applicable law distribution. In the case where the number of repeated attempts detected the signal close to the number of hits, the probability of detecting the frequency position of signal is determined according to the binomial distribution. In the event of a significant number of frequency position transmitters and very low probability of detection signals in one scan of binomial distribution can be approximated by the Poisson distribution or Gaussian distribution. This model allows us to establish that modern means EI capable to detect the signal with FHSS mode in near real times with probability close to 1 in the case of at least partial overlapping strips scan and jumps of the transmitter. In these conditions the task of "escape" of the signal with FHSS mode of sighting noise is updated, and that justifies possible directions for future research.

Анотація – У статті представлена математична модель процесу перехоплення стрибків передавача з ППРЧ для серії вимірювань у випадку, коли ширина смуги однієї частотної позиції передавача СРЗ та ширина смуги сканування приймача станції РТР у загальному випадку не співпадають.

Аннотация – В статье представлена математическая модель процесса перехвата прыжков передатчика с ППРЧ для серии измерений в случае, когда ширина полосы одной частотной позиции передатчика СРС и ширина полосы сканирования приемника станции РТР в общем случае не совпадают.

Постановка проблеми

Ефективного впливу завад на систему радіозв'язку (СРЗ) з псевдовипадковим переналаштуванням робочої частоти (ППРЧ) можна досягнути лише за умови знання постановником завад відповідних параметрів сигналів СРЗ. Дані параметри постановник завад отримує, як правило, за допомогою станцій радіотехнічної розвідки (РТР). Дана стаття є продовженням [1], у якій ймовірність виявлення сигналу передавача з ППРЧ була обмежена проміжком часу однієї частотної позиції розвідприймача (спроба виявлення), який регламентується та не залежить від характеристик сигналу з ППРЧ. У випадку, коли спостереження за передавачем можливе протягом певного часу, вказану спробу можна повторити декілька разів.

Базуючись на результатах [1], де визначено вираз для розрахунку ймовірності виявлення сигналу з ППРЧ під час знаходження в одній частотній позиції, розглядається математична модель виявлення сигналу з ППРЧ за деякий час спостереження.

Аналіз публікацій. Аналіз публікацій показав, що найкращим випадком для виявлення сигналу з ППРЧ є розміщення усіх частотних позицій сканування всередині діапазону передавача. Якщо частотний діапазон приймача більший за частотний діапазон передавача або перекриває останній частково, ймовірність виявлення сигналу погіршується [2].

Метою статті є викладення математичної моделі процесу перехоплення стрибків передавача з ППРЧ для серії вимірювань у випадку, коли ширина смуги однієї частотної позиції передавача $CPЗ$ та ширина смуги сканування приймача станції РТР у загальному випадку не співпадають. Результатом застосування моделі є визначення ймовірності виявлення сигналу з ППРЧ.

Виклад основного матеріалу дослідження

Як показано в [1], ймовірність виявлення сигналу за одне сканування в обраній частотній позиції дорівнює відношенню кількості співпадаючих частотних позицій передавача і приймача до загальної кількості можливих комбінацій цих позицій з урахуванням співвідношення смуг та ступеня перекриття діапазонів частот передавача та приймача.

У випадку, коли спостереження за передавачем можливе протягом певного часу роботи T_t (загальний час прийому), то спробу перехоплення можна повторити кілька разів.

Якщо за час одного стрибка передавача T_h приймач в середньому здійснює серію сканувань кількістю \bar{n} , то кількість спроб перехоплення N можна визначити як:

$$N = \frac{T_t \times v_{FH}}{\bar{n}}, \quad (1)$$

де v_{FH} – швидкість стрибка передавача ($v_{FH} < 1/T_h$, оскільки враховується також час переналаштування приймача T_{syn}).

Для кожної з N спроб перехоплення ймовірність перехоплення дорівнює P (для серії випробувань $P = P_{1h}$). При тривалому скануванні ймовірність виявлення сигналу з ППРЧ розраховується за допомогою розподілу Бернуллі, який у випадку дуже малої ймовірності виявлення сигналу за одне сканування може бути наближено описаний розподілом Пуассона чи нормальним розподілом [3].

Ймовірність виявлення сигналу з ППРЧ із застосуванням біноміального розподілу

Ймовірність виявлення частотної позиції сигналу з ППРЧ для N спроб (P_N) у випадку, коли N наближається до числа кількості попадань $Z = k$, визначається відповідно до біноміального розподілу [3]:

$$P_N(\mathbf{Z} = \mathbf{k}) = \binom{N}{k} P^k (1-P)^{N-k}, \quad (2)$$

$$\text{де } \binom{N}{k} = \frac{N!}{k!(N-k)!}, \quad \bar{k} = N \times P. \quad (3)$$

Особливий інтерес представляють ймовірності, отримані за допомогою виразу (2), у випадку коли Z спроб перехоплення відбувається в певному інтервалі часу:

а) ймовірність виявлення принаймні з однієї спроби із N :

$$P_N(Z \geq 1) = 1 - (1-P)^N. \quad (4)$$

б) ймовірність виявлення з k_1 по k_2 спроби із N :

$$P(k_1 \leq Z \leq k_2) = \sum_{l=k_1}^{k_2} \binom{N}{l} P^l (1-P)^{N-l}. \quad (5)$$

в) ймовірність виявлення принаймні з k -ї спроби із N :

$$P(Z \geq k) = \sum_{l=k}^N \binom{N}{l} P^l (1-P)^{N-l} = 1 - \sum_{l=0}^{k-1} \binom{N}{l} P^l (1-P)^{N-l}. \quad (6)$$

Ймовірність виявлення сигналу з ППРЧ із застосуванням розподілу Пуассона

У випадку значної кількості частотних позицій передавача M_{FH} та дуже малої ймовірності виявлення сигналу за одне сканування біноміальний розподіл (2) для k спроб виявлення може бути апроксимований розподілом Пуассона [3]:

$$P_N(Z = k) \approx \frac{e^{-NP} (NP)^k}{k!}. \quad (7)$$

Розглянемо випадок, коли кількість частотних позицій передавача M_{FH} дуже велика, а діапазон стрибків співпадає з діапазоном пошуку одноканального приймача. Для перегляду всього діапазону приймач здійснює L серій сканувань [4].

Використовуючи вирази (6) і (7), ймовірність принаймні з k -ої спроби виявити сигнал дорівнює:

$$P_N(Z \geq k) = 1 - \sum_{l=0}^{k-1} P_N(Z = l) \approx 1 - e^{-NP} \sum_{l=0}^{k-1} \frac{NP^l}{l!}. \quad (8)$$

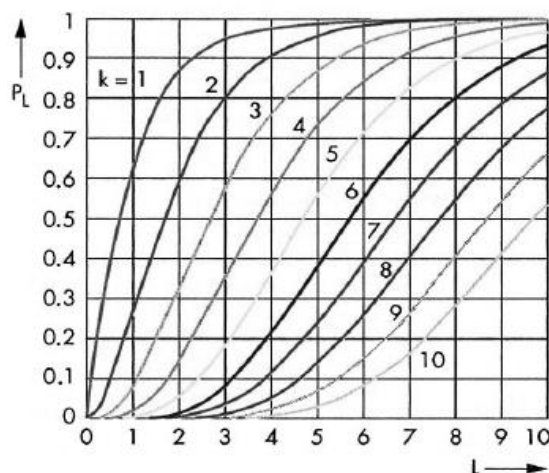


Рис. 1. Ймовірність виявлення сигналу принаймні у k спробах для L вдалих сканувань

Відповідно до виразу (8) ймовірність виявлення сигналу з однієї спроби ($k = 1$) (рис. 1) дорівнює:

$$P_N(Z \geq 1) = 1 - e^{-NP}. \quad (9)$$

У розподілі Пуассона добуток NP вважається величиною постійною і є середнім числом вдалих сканувань незалежно від номеру та довжини серії. Підставляючи в (9) $L = NP$, отримуємо залежності рис. 1.

Ймовірність виявлення стрибка сигналу передавача із застосуванням теореми Муавра-Лапласа

У випадку великої кількості спроб виявлення сигналу N ,

$$NP(1 - P) > 1, \quad (10)$$

біноміальний розподіл може бути апроксимований Гаусівським розподілом [3]:

$$P_N(Z = k) \approx \frac{e^{-(k-NP)^2 / 2NP(1-P)}}{\sqrt{2\pi NP(1-P)}}. \quad (11)$$

Ймовірність виявлення сигналу від k_1 до k_2 спроби (5) набуває наступного вигляду:

$$P_N(k_1 \leq Z \leq k_2) \approx \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{k_2 - NP}{\sqrt{2NP(1-P)}} \right) - \Phi \left(\frac{k_1 - NP}{\sqrt{2NP(1-P)}} \right) \right], \quad (12)$$

де $\Phi(x)$ – функція помилок (ненормована функція Лапласа):

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy. \quad (13)$$

Ймовірність принаймні k попадань за N спроб (12), (6) дорівнює:

$$P_N(Z \geq k) \approx \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{N - NP}{\sqrt{2NP(1-P)}} \right) - \Phi \left(\frac{k - NP}{\sqrt{2NP(1-P)}} \right) \right] \approx \frac{1}{2} \left[1 - \Phi \left(\frac{k - NP}{\sqrt{2NP(1-P)}} \right) \right]. \quad (14)$$

Залежність кількості виявлень частотних стрибків сигналу передавача від числа повторних сканувань приймача

Основним параметром, що впливає на ймовірність перехоплення сигналу з ППРЧ, є число N повторних спроб виявлення передавача з випадковим розподілом (2), (14). Співвідношення між числом спроб виявлення N та числом сканувань L має наступні залежності:

у випадку використання одноканального приймача ($K = 1$), який має наступні параметри: час сканування всіх частотних позицій (T_{SC}), кількість частотних позицій сканування (M_{SC}), час затримки на одній частотній позиції ($T_d, T_{SC1} = M_{SC} T_d$) та, відповідно до виразу (1), число спроб виявлення N протягом L сканувань визначається наступним чином:

$$N_{L1} = M_{SC} \cdot T_d \cdot \nu_{FH} \cdot L, \quad (15)$$

у випадку використання багатоканального приймача ($T_{SCK} = \frac{M_{SC} T_d}{K}$) кількість спроб виявлення сигналу протягом L сканувань зменшується до:

$$N_{L,K} = \frac{M_{SC} \cdot T_d \cdot \nu_{FH} \cdot L}{K}. \quad (16)$$

Оцінка вищенаведених результатів дозволяє зробити наступні висновки:

ймовірність перехоплення однієї частотної позиції передавача багатоканальним приймачем на порядок вища, ніж одноканальним (на коефіцієнт K);

середнє число виявлень \bar{k} для однакової кількості сканувань L одно- та багатоканального приймача однаково;

час спостереження багатоканального приймача коротший, ніж одноканального (на коефіцієнт $1/K$).

Приклад

Вихідні дані. Об'єктом дослідження є пошуковий приймач компанії R&S, аналізатор спектра RSA6114A та радіостанція типу «Акведук» P-168-0.5УЕ. Відповідно до [1], ймовірність виявлення сигналу з ППРЧ за час перебування приймача у одній частотній позиції для обраного прикладу дорівнює $P_{1h} = 0,156$.

Якщо за час перебування передавача у одній частотній позиції розвідприймач здійснює декілька вимірювань, то враховуючи достатньо велике значення P_{1h} ймовірність виявлення сигналу з ППРЧ розраховується за допомогою (2), де $P = P_{1h}$.

Припускаючи, що приймач в середньому виконує три виявлення за N спроб ($NP = 3$), ймовірність перехоплення частотної позиції передавача одноканальним

приймачем з однієї спроби відповідно до кривої $k=1$ (рис. 1) чи виразу (9) дорівнює 0,95.

Використовуючи відношення $NP=3$ та ймовірність виявлення сигналу, визначаємо кількість спроб виявлення сигналу (кожна з яких становить \bar{n} сканувань) з заданою ймовірністю:

$$N = \frac{3}{P} = 19,2 \approx 20.$$

Як бачимо, для виявлення сигналу з ППРЧ за допомогою аналізатора спектра з ймовірністю 0,95 нам потрібно близько 20 спроб. Оскільки сучасні аналізатори спектра здатні здійснювати до 48000 вимірів/с, то в середньому для виявлення сигналу з ППРЧ буде витрачено 0,4 мс.

У випадку якщо ймовірність виявлення сигналу при незначній кількості вимірювань досить велика, біноміальний розподіл використовується без апроксимації.

Висновки

Враховуючи сучасний стан засобів РТР, на прикладі характеристик радіоприймачів та аналізаторів спектра R&S можна визначити математичну модель ймовірності виявлення сигналів з ППРЧ на основі біноміального розподілу.

Наведена модель дозволяє встановити, що сучасні засоби РТР здатні виявити сигнал з ППРЧ в масштабі часу, близькому до реального з ймовірністю, близькою до 1 у разі хоча б часткового перекриття смуг сканування і стрибків передавача.

В зазначених умовах актуалізується задача «втечі» сигналу з ППРЧ від прицільних завад, що обґрунтовує можливі напрями подальших досліджень.

Список літератури:

1. Єрохін В.Ф., Рома О.М., Василенко С.В., Бездрабко Д.Є. Математична модель перехоплення одиничного стрибка сигналу передавача з ППРЧ // Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2016. – № 64. – С. 75-85.
2. Dr Hans-Christoph Höring. Probability of intercept for frequency hop signals using search receivers // News from Rohde&Schwarz. – 1998/IV. – No. 160. – P. 26–29.
3. Papoulis A. Probability, Random Variables and Stochastic Processes // McGraw-Hill. – 1965. – Chap. 3.
4. Jondral F. Erfassung von Frequenzsprungsendern // Funksignalanalyse. Teubner. – 1991. – P. 192–195.