

УДК 621.396

# МЕТОДЫ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ УЗЛОВ БЕСПРОВОДНОЙ СЕНСОРНОЙ СЕТИ



[И.С. ШОСТКО](#), [А.Д. ТЕВЯШЕВ](#), [М.В. НЕОФИТНЫЙ](#), [Ю.Э. КУЛЯ](#),  
[А.В. КОЛЯДИН](#)

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

**Abstract** – The fundamental possibility of determining the location of nodes of the sensor networks in space (positioning of sensors) makes these systems even more attractive due to the additional information component, which, together with the main parameter or a set of monitoring parameters, can give an exhaustive picture of the system's operation. The tasks of positioning during the construction and operation of a wireless sensor network are one of the most important, both in regard with the need to build the sensor network itself and to ensure rational routing during its operation. Due to the fact that a wireless sensor network is usually a cluster structure, it is necessary to determine the location of the head node for the cluster as accurately as possible during its formation. The paper proposes methods for positioning nodes of the wireless sensor network are proposed, taking into account the possibility of measuring the parameters of the received signal. The method of positioning of nodes on the basis of bind points is proposed. Estimation of errors of the positioning of nodes in the wireless sensor network is carried out.

**Анотация** – Завдання позиціонування при побудові та функціонуванні безпроводової сенсорної мережі є одними з найважливіших як у зв'язку з необхідністю побудови самої сенсорної мережі, так і для забезпечення раціональної маршрутизації при її функціонуванні. У зв'язку з тим, що безпроводова сенсорна мережа являє собою, як правило, кластерну структуру, необхідно як можна більш точно визначення місця розташування головного вузла для кластера при його формуванні. В роботі запропоновані методи позиціонування вузлів безпроводової сенсорної мережі з урахуванням можливості вимірювання параметрів прийнятого сигналу. Запропоновано метод позиціонування вузлів на основі точок прив'язки. Проведено оцінку помилок позиціонування вузлів у безпроводовій сенсорній мережі.

**Аннотация** – Задачи позиционирования при построении и функционировании беспроводной сенсорной сети являются одними из важнейших как в связи с необходимостью построения самой сенсорной сети, так и для обеспечения рациональной маршрутизации при ее функционировании. В связи с тем, что беспроводная сенсорная сеть представляет собой, как правило, кластерную структуру, необходимо как можно более точное определение местоположения головного узла для кластера при его формировании. В работе предложены методы позиционирования узлов беспроводной сенсорной сети с учётом возможности измерения параметров принятого сигнала. Предложен метод позиционирования узлов на основе точек привязки. Проведена оценка ошибок позиционирования узлов в беспроводной сенсорной сети.

## Введение

Возможности современной микроэлектроники и беспроводных сетевых технологий открывают большие перспективы для создания разнообразных сетевых комплексов с широкой областью применения. Наиболее известной и зарекомендовавшей себя в этой области является технология беспроводных сенсорных сетей (БСС). БСС представляют собой совокупность малогабаритных приборов мониторинга и контроля (МПК) параметров окружающей среды, которые обладают функциями обработки и хранения полученной информации, а также возможностью её передачи по беспроводным каналам к координатору сенсорной сети.

Важным фактором для систем мониторинга и контроля является привязка собранных всей системой данных к географическим координатам для возможности отображения собранной информации на карте и последующего их анализа. Поэто-

му задачу определения координат МПМК (локализацию) начали рассматривать с момента создания таких сетей.

Выделяют несколько основных составляющих задачи локализации: методы определения расстояния между узлами, методы определения положения сенсорных узлов (СУ) относительно опорных, методы повышения точности оценивания координат СУ.

Для позиционирования МПМК на контролируемой территории используют стационарные узлы (узлы привязки), координаты которых известны.

В случае мониторинга параметров окружающей среды БСС является одним из ключевых элементов геоинформационной системы и разворачивается, как правило, на обширных и, зачастую, на труднодоступных территориях. Такая сеть может состоять из большого количества СУ с установленными в них МПМК, достигающего, в ряде случаев, до нескольких десятков тысяч. Однако, в подавляющем большинстве случаев, размещение такого большого количества СУ на обширных и труднодоступных территориях на желаемых позициях является нецелесообразным и технически нереализуемым. Поэтому развёртывание БСС в труднодоступной местности может осуществляться путём сбрасывания МПМК с беспилотного летательного аппарата (БПЛА). Затем, на основании обмена данными между соседними узлами, определяется местоположение узлов и топология БСС.

Для определения местоположения каждого СУ БСС важна точность его привязки к топооснове, которая зависит от многих факторов: метода, используемого для позиционирования СУ, мест взаиморасположения узлов привязки и размещаемых СУ, интервалы времени между пересылкой пакетов и т.д.

## **Обоснование актуальности исследований**

Задачи позиционирования СУ при построении и функционировании БСС являются одними из важнейших как в связи с необходимостью построения БСС, так и для обеспечения рациональной маршрутизации при ее функционировании. Использование современных высокоточных методов позиционирования СУ позволяет не только сократить время развертывания БСС, но и повысить эффективность функционирования БСС.

Возможность определения местоположения СУ БСС в пространствах  $R^2$  и  $R^3$  делает эти системы еще более привлекательными за счет дополнительной информационной составляющей, которая совместно с основным параметром или комплексом параметров мониторинга позволяет дать исчерпывающую характеристику работы БСС, поэтому поиск высокоэффективных методов позиционирования СУ БСС остается актуальной задачей.

## **Цели и задачи, на решение которых направлено исследование**

Целью данной работы является:

- анализ методов позиционирования СУ БСС с применением точек привязки;

- обобщение теории позиционирования СУ БСС с учётом особенностей технологии радиоизмерений, обеспечиваемых стандартом IEEE 802.15.4 для сенсорной сети;
- способ учёта топологических и технических ограничений при позиционировании СУ БСС;
- определение условий эффективности использования каждого метода.

## 1. Анализ методов позиционирования сенсорных узлов на основе известных точек привязки

Научно-техническая задача определения положения точек в выбранной системе координат решается в инженерной геодезии [1-11]. Ниже рассмотрены методы засечки, получившие наибольшее применение при решении инженерных задач. Принцип измерения, используемый в этих методах, можно перенести для решения задачи позиционирования СУ БСС.

### 1.1. Метод полярной засечки

Анализ метода полярной засечки [11] проведём в пространстве  $R^2$ . Не нарушая общности, рассмотрим случай определения неизвестных координат  $(X_p, Y_p)$  СУ  $P$  (рис.1) по двум узлам привязки  $A$  и  $B$ , координаты которых априорно известны с высокой точностью. Исходными данными для метода являются: координаты узлов привязки  $A (X_A, Y_A)$  и  $B (X_B, Y_B)$ ,  $\alpha_{AB}$  – дирекционный угол направления прямой  $AB$ ;  $\beta$  – горизонтальный угол между прямыми  $AB$  и  $AP$ ; расстояние  $S$  между узлом привязки  $A$  и СУ  $P$ .

Алгоритм определения неизвестных координат  $(X_p, Y_p)$  СУ  $P$ .

I. Вычисляем дирекционный угол  $\alpha$  прямой  $AP$ :

$$\alpha = \alpha_{AB} + \beta. \quad (1)$$

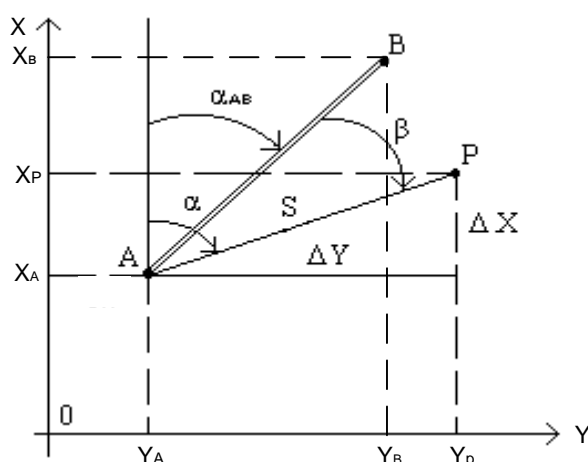


Рис. 1. Схема метода полярной засечки с узлами привязки  $A$  и  $B$

II. Записываем уравнения прямой линии AP и окружности радиуса  $S$  вокруг пункта A:

$$Y - Y_A = tg\alpha(X - X_A), \quad (2)$$

$$(X - X_A)^2 + (Y - Y_A)^2 = S^2. \quad (3)$$

III. Решаем полученную систему (2) и (3) путём подстановки  $(Y - Y_A)$  из первого уравнения во второе и, вынеся за скобки  $(X - X_A)^2$ , получаем:

$$(X - X_A)^2(1 + tg^2\alpha) = S^2. \quad (4)$$

Выражение  $(1 + tg^2\alpha)$  заменяем на  $\frac{1}{\cos^2\alpha}$  и получаем:

$$(X - X_A)^2 = S^2 \cos^2\alpha, \quad (5)$$

откуда  $X - X_A = S \cos\alpha$ .

IV. Подставим это значение в уравнение (3) и получим:

$$Y - Y_A = S \sin\alpha.$$

Разности координат  $(X - X_A)$  и  $(Y - Y_A)$  принято называть приращениями и обозначать  $\Delta X$  и  $\Delta Y$ .

Таким образом, полярная засечка  $СУ P$  однозначно определяется по формулам:

$$\alpha = \alpha_{AB} + \beta, \quad (6)$$

$$\Delta X = S \cos\alpha; \quad \Delta Y = S \sin\alpha. \quad (7)$$

Зная координаты  $(X_A, Y_A)$  узла привязки A, дирекционный угол  $\alpha$  и длину  $S$  линии, соединяющей эти пункты, вычисляем координаты  $(X_p, Y_p)$  искомого узла P:

$$X_p = X_A + S \cos\alpha, \quad (8)$$

$$Y_p = Y_A + S \sin\alpha. \quad (9)$$

**Условия использования метода.** Необходимым условием эффективного использования метода полярной засечки является равенство (совпадение) значений геодезических отметок узлов привязки и СУ.

## 1.2. Метод прямой угловой засечки

Для метода прямой угловой засечки [1-3, 11] в  $R^2$  исходными данными являются координаты  $(X_A, Y_A)$  узла привязки A, координаты  $(X_B, Y_B)$  узла привязки B и дирекционные углы направления  $\alpha_{AC}$  и  $\alpha_{BD}$ , измеряемыми параметрами являются

горизонтальные углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , неизвестные элементы – координаты  $(X_p, Y_p)$  СУ  $P$  (рис. 2).

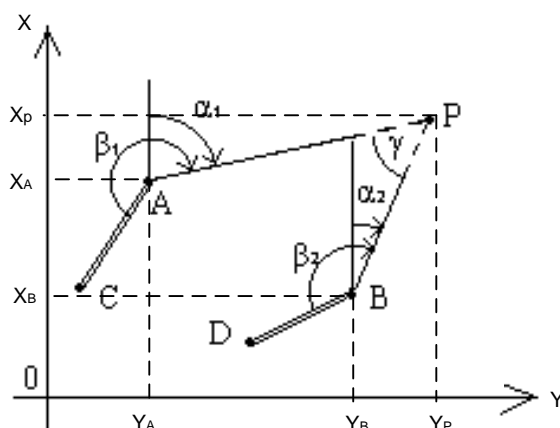


Рис. 2. Схема метода прямой угловой засечки с узлами привязки А и В

Алгоритм позиционирования СУ  $P$  методом прямой угловой засечки:

I. Вычисляем дирекционные углы линий  $AP$  и  $BP$

$$\alpha_1 = \alpha_{AC} + \beta_1. \quad (10)$$

$$\alpha_2 = \alpha_{BD} + \beta_2. \quad (11)$$

II. Записываем два уравнения прямых линий для линии  $AP$  и  $BP$

$$Y - Y_A = \operatorname{tg} \alpha_1 (X - X_A), \quad (12)$$

$$Y - Y_B = \operatorname{tg} \alpha_2 (X - X_B). \quad (13)$$

III. Решаем систему двух уравнений (12 и 13) и вычисляем неизвестные координаты  $(X_p, Y_p)$  СУ  $P$ :

$$X_p = X_A + \frac{(Y_B - Y_A) - (X_B - X_A) \operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2}, \quad (14)$$

$$Y_p = Y_A + (X_B - X_A) \operatorname{tg} \alpha_1. \quad (15)$$

Частным случаем прямой угловой засечки считают тот случай, когда углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  измерены от направлений  $AB$  и  $BA$ , причем угол  $\beta_1$  – правый, а угол  $\beta_2$  – левый (в общем случае засечки оба угла – левые) – рис. 3.

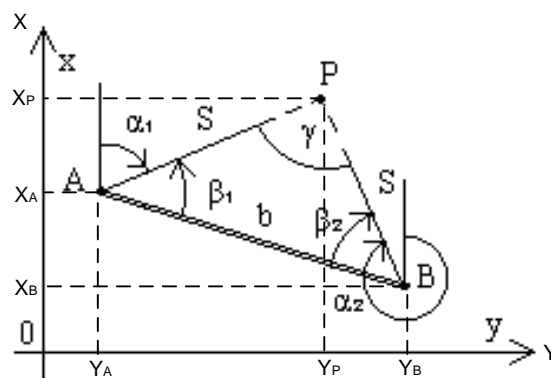


Рис. 3. Схема частного случая прямой угловой засечки с узлами привязки А и В

Для вычисления координат  $(X_p, Y_p)$  СУ P в частном случае методом прямой угловой засечки можно использовать формулы Юнга [1-3, 11]:

$$\begin{cases} X_p = \frac{X_A \operatorname{ctg} \beta_2 + X_B \operatorname{ctg} \beta_1 - Y_A + Y_B}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}; \\ Y_p = \frac{Y_A \operatorname{ctg} \beta_2 + Y_B \operatorname{ctg} \beta_1 + X_A - X_B}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}. \end{cases} \quad (16)$$

**Условия использования метода.** Такие же, как и у метода полярной засечки.

### 1.3. Метод линейной засечки

Для метода линейной засечки [1-3,11] исходными данными являются координаты точки расположения узлов привязки А и В, измеряемыми параметрами являются расстояния  $S_1$  и  $S_2$ , неизвестные элементы – координаты  $(X_p, Y_p)$  СУ P (рис. 4).

Алгоритм решения задачи позиционирования СУ P методом линейной засечки:

I. Рассчитываем расстояние  $b$  между точками А и В и дирекционный угол  $\alpha_{AB}$  наклона линии АВ;

II. Вводим местную систему координат  $X'O'Y'$  с началом в точке А и осью  $O'X'$ , направленной вдоль линии АВ, и проводим перерасчет координат пунктов А и В из системы  $XOY$  в систему  $X'O'Y'$ :

$$\begin{cases} X'_A = 0; & Y'_A = 0; \\ X'_B = b; & Y'_B = 0. \end{cases} \quad (17)$$

III. Записываем уравнения окружностей в системе  $X'O'Y'$  с центрами в' пунктах А и В:

$$\begin{cases} X'^2 + Y'^2 = S_1^2; \\ (X' - b)^2 + Y'^2 = S_2^2. \end{cases} \quad (18)$$

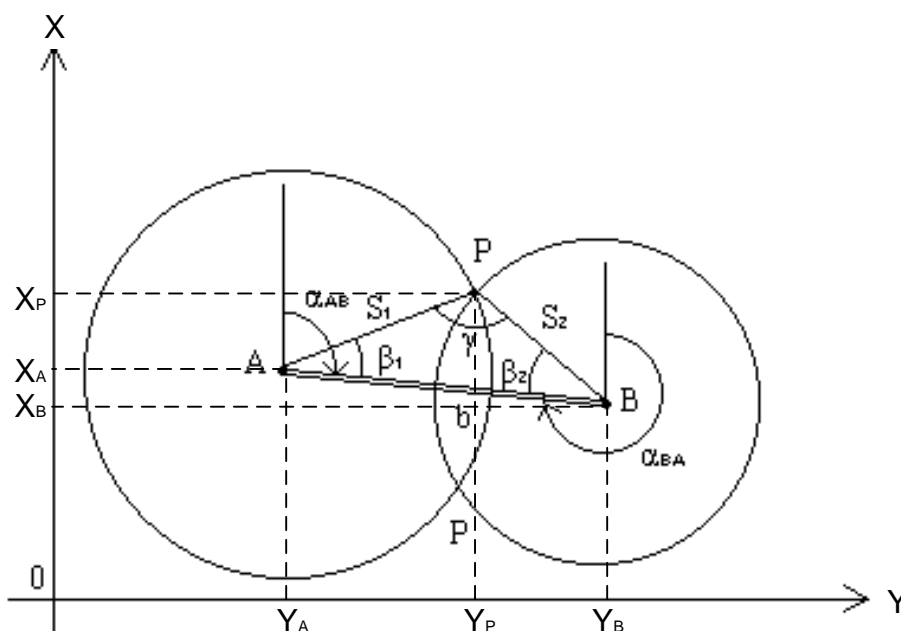


Рис. 4. Метод линейной засечки

IV. Решаем полученную систему уравнений, путём раскрытия скобок во втором уравнении и вычитанием второго уравнения из первого:

$$2X'b - b^2 = S_1^2 - S_2^2, \quad (19)$$

откуда

$$X' = \frac{S_1^2 - S_2^2 + b}{2b} \quad (20)$$

и

$$Y' = \pm \sqrt{S_1^2 - X'^2}. \quad (21)$$

Если искомая точка находится слева от линии AB, то в формуле (21) берется знак “-”, если справа, то “+”.

V. Выполняем пересчет координат X' и Y' точки P из системы X'O'Y' в систему XOY по формулам:

$$\begin{cases} X_P = X_A + X' \cos \alpha_{AB} - Y' \sin \alpha_{AB}; \\ Y_P = Y_A + X' \sin \alpha_{AB} + Y' \cos \alpha_{AB}. \end{cases} \quad (22)$$

**Условия использования метода.** Такие же, как и у метода полярной засечки.

#### 1.4. Определение координат методом латерации

Метод латерации [11] позволяет однозначно найти пространственные координаты СУ P в  $R^3$  как координаты точки пересечения 4-х и более сфер, центрами ко-

торых являются узлы привязки, обозначаемые 1,2,3,4 с известными координатами  $(X_1, Y_1, Z_1)$ ,  $(X_2, Y_2, Z_2)$ ,  $(X_3, Y_3, Z_3)$ ,  $(X_4, Y_4, Z_4)$  длины радиусов сфер равны расстояниям между данными узлами привязки и искомым СУ  $P$  с координатами  $(X_p, Y_p)$ . Расстояние между узлами привязки  $m = 1,2,3,4$  и искомым СУ  $P$  в  $R^3$  определим в Евклидовой метрике:

$$d_{mp} = d_{mP} = \|\vec{v}_p - \vec{v}_m\| = \sqrt{(X_p - X_m)^2 + (Y_p - Y_m)^2 + (Z_p - Z_m)^2}, m = 1,2,3,4. \quad (23)$$

Возведение обеих частей уравнения (23) во 2 степень дает систему нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} d_{1P}^2 = (X_1 - X_p)^2 + (Y_1 - Y_p)^2 + (Z_1 - Z_p)^2; \\ d_{2P}^2 = (X_2 - X_p)^2 + (Y_2 - Y_p)^2 + (Z_2 - Z_p)^2; \\ d_{3P}^2 = (X_3 - X_p)^2 + (Y_3 - Y_p)^2 + (Z_3 - Z_p)^2; \\ d_{4P}^2 = (X_4 - X_p)^2 + (Y_4 - Y_p)^2 + (Z_4 - Z_p)^2, \end{cases} \quad (24)$$

которые могут быть представлены в матричной форме:

$$B = 2Ax, \quad (25)$$

$$\text{где } A = \begin{pmatrix} X_1 - X_p & Y_1 - Y_p & Z_1 - Z_p \\ X_2 - X_p & Y_2 - Y_p & Z_2 - Z_p \\ X_3 - X_p & Y_3 - Y_p & Z_3 - Z_p \\ X_4 - X_p & Y_4 - Y_p & Z_4 - Z_p \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} X_1^2 - X_p^2 + Y_1^2 - Y_p^2 + Z_1^2 - Z_p^2 + d_{4P}^2 - d_{1P}^2 \\ X_2^2 - X_p^2 + Y_2^2 - Y_p^2 + Z_2^2 - Z_p^2 + d_{4P}^2 - d_{2P}^2 \\ X_3^2 - X_p^2 + Y_3^2 - Y_p^2 + Z_3^2 - Z_p^2 + d_{4P}^2 - d_{3P}^2 \end{pmatrix},$$

$x = (X_p \ Y_p \ Z_p)^T$  – вектор координат искомого СУ  $P$ .

В том случае, когда матрица  $A^T A$  является обратимой, решение может быть найдено методом наименьших квадратов

$$x = (A^T A)^{-1} A^T B. \quad (26)$$

**Условия использования метода.** Метод обеспечивает высокую точность определения координат  $(X_p, Y_p)$  СУ  $P$  при выполнении условия обратимости матрицы  $A^T A$ . При этом точность определения координат  $(X_p, Y_p)$  СУ  $P$  можно повышать путём увеличения количества узлов привязки, т.е. путём увеличения степени переопределённости системы уравнений (25).

## 1.5. Определение координат методом ангуляции

В случае определения координат методом ангуляции [11] измеряется угол прихода волнового фронта радиосигнала от искомого узла на антенну узла, взятого за точку привязки. Для случая трехмерного пространства  $R^3$  достаточно трех узлов привязки А, В, С. Координаты  $(X_p, Y_p)$  искомого СУ  $P$  можно найти на основании теоремы синусов и теоремы косинусов:



$$\frac{d_{AP}}{\sin \alpha} = \frac{d_{BP}}{\sin \beta} = \frac{d_{CP}}{\sin \gamma}, \quad (27)$$

$$\begin{cases} d_{AP}^2 = d_{BP}^2 + d_{CP}^2 - 2 \cdot d_{BP}d_{CP} \cos \alpha; \\ d_{BP}^2 = d_{AP}^2 + d_{CP}^2 - 2 \cdot d_{AP}d_{CP} \cos \beta; \\ d_{CP}^2 = d_{AP}^2 + d_{BP}^2 - 2 \cdot d_{AP}d_{BP} \cos \gamma, \end{cases} \quad (28)$$

где  $d_{AP}, d_{BP}, d_{CP}$  – расстояния между узлами привязки А, В, С и СУ  $P$ ;  $\alpha, \beta, \gamma$  – углы падения волнового фронта радиосигнала на антенны узлов привязки А, В и С соответственно.

**Условия использования метода.** В качестве недостатка данного метода следует отметить снижение точности позиционирования СУ  $P$  с увеличением расстояния между узлами привязки А, В, С и искомым СУ  $P$ . Таким образом, требования к точности измерения углов прихода радиосигнала на антенны узлов привязки А, В, С являются достаточно жесткими, что ведет к необходимости использования достаточно сложной аппаратуры. Кроме того, наличие препятствий на трассе отрицательно сказывается на точности вычислений координат СУ  $P$ .

## 1.6. Определение координат методом трилатерации

Трилатерация [11] представляет собой сплошную сеть примыкающих один к другому треугольников, в которых измеряют длины всех сторон; при этом две вершины треугольников, как минимум, должны быть узлами привязки А и В, т.е. иметь известные координаты  $(X_A, Y_A)$  узла А и  $(X_B, Y_B)$  узла В (рис.5).

Решение первого треугольника трилатерации (определение координат узла 1), в котором известны координаты двух узлов привязки А и В и измерены две стороны А1 и В1, можно выполнить по формулам линейной засечки, причем нужно указывать: справа или слева от опорной линии АВ располагается узел 1. Во втором треугольнике также оказываются известными координаты двух узлов (В и 1) и длины двух сторон В2 и 12, его решение тоже выполняется по формулам линейной засечки и так далее.

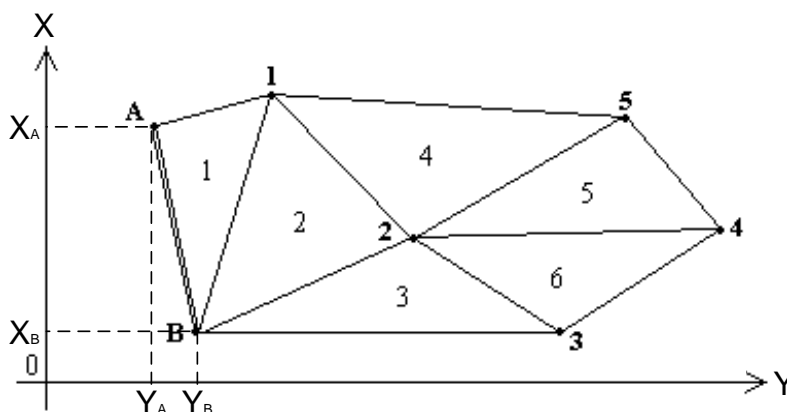


Рис. 5. Схема сети трилатерации

Можно поступить и по-другому: сначала вычислить углы первого треугольника по теореме косинусов, затем, используя эти углы и дирекционный угол стороны АВ, вычислить дирекционные углы сторон А1 и В1 и решить прямую геодезическую задачу от пункта А на пункт 1 и от пункта В на пункт 1.

**Условия использования метода.** В каждом отдельном треугольнике “чистой” трилатерации нет избыточных измерений и нет возможности выполнить контроль измерений и оценку точности; на практике, кроме сторон треугольников, приходится измерять некоторые дополнительные элементы и строить сеть так, чтобы в ней выполнялись необходимые условия.

### 1.7. Определение координат методом min-max

Метод min-max [11] является упрощением метода трилатерации, при котором координаты искомого СУ  $P$  определяются в точке пересечения диагоналей прямоугольника, образованного пересечением квадратов, описанных вокруг окружностей диаграмм направленности антенн СУ с уже известными координатами (рис.6).

Данное упрощение вызвано предположением о неточности измерения расстояния между передающей и приемной антеннами.

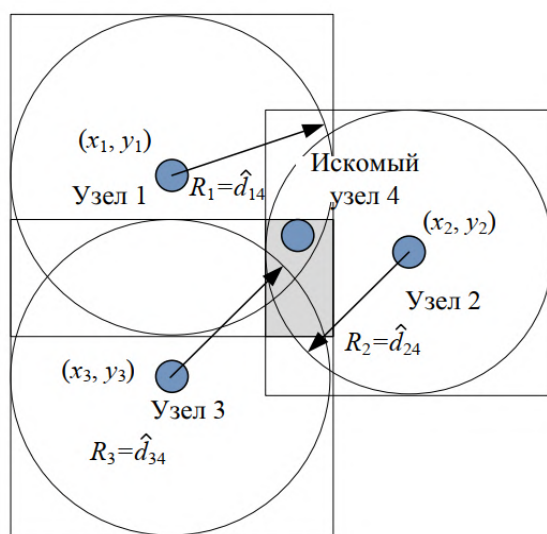


Рис. 6. Схема позиционирования СУ методом min-max

**Условия использования метода.** Метод приводит к увеличению погрешности оценивания координат СУ по сравнению с методом трилатерации. Площадь прямоугольника нахождения искомого узла становится тем меньше, чем больше задействовано узлов привязки. Координаты искомого СУ определяются согласно правилу:

$$X_p = \frac{\max(x_i - R_i) + \min(x_i + R_i)}{2}, i = 1, 2, 3;$$

$$Y_p = \frac{\max(y_i - R_i) + \min(y_i + R_i)}{2}, i = 1, 2, 3.$$

## 2. Оценка ошибок позиционирования сенсорных узлов в беспроводной сенсорной сети

При измерении расстояния нужно учитывать ошибку положения (координат) точек привязки и СУ Р. В одномерном пространстве  $R^1$  (на линии) положение СУ фиксируется значением одной координаты  $X$ , и ошибка положения СУ Р равна средней квадратической ошибке  $m_x$  этой координаты. Истинное положение точки может находиться в интервале  $(X - km_x) - (X + km_x)$ , т.е. в обе стороны от значения  $X$ ; на практике коэффициент  $k$  обычно задают равным 2 или 2,5 [4-6, 11].

В двумерном пространстве  $R^2$  (на поверхности) положение СУ Р фиксируется значениями двух координат, и ошибка положения СУ Р должна задаваться двумя величинами: направлением и ошибкой положения по этому направлению.

Геометрическая фигура, внутри которой находится истинное положение точки, может иметь разную форму; в частном случае, когда ошибка положения СУ по всем направлениям одинакова, получается круг радиуса  $M_p = R$ .

Положение точки по двум измерениям получается в пересечении двух линий положения. Для измеренного расстояния  $S$  линией положения является окружность радиуса  $S$  с центром в узле привязки  $A$  (рис. 7 а); для измеренного угла  $\beta$  с вершиной в узле привязки  $A$  – прямая линия, проведенная под углом  $\beta$  к исходной линии  $AB$  (рис. 7 б).

Вследствие ошибок измерений необходимо ввести понятие “полоса положения”. Для расстояния  $S$ , измеренного со средней квадратической ошибкой (СКО), равной  $m_s$  – это круговой пояс (кольцо) шириной  $2km_s$  между двумя окружностями с радиусами  $(S - km_s) - (S + km_s)$ ; для угла  $\beta$ , измеренного с СКО  $m_\beta$  – это узкий треугольник с вершиной в узле  $A$  и углом при вершине  $2km_\beta$ . Линия положения точки является осью симметрии полосы положения.

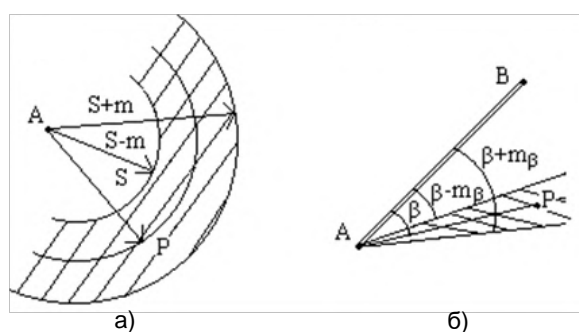


Рис. 7. Линия положения и "полоса положения" СУ Р:  
а) для измеренного расстояния, б) для измеренного угла.

Введем понятие “вектор ошибки измерения” и обозначим его через  $v$ . Для измеренного расстояния вектор  $v_s$  направлен вдоль линии  $AP$  (прямо или обратно) и имеет модуль  $v_s = m_s$ ; для измеренного угла вектор  $v_\beta$  направлен перпендикулярно

линии AP (влево или вправо от нее) и имеет модуль  $v_{\beta} = Stg(km_{\beta})$ , где  $S$  – расстояние между узлом привязки  $A$  и СУ  $P$ . СУ  $P$ , находясь на пересечении двух линий положения, является центром четырехугольника положения, образуемого в пересечении двух полос положения (рис. 8).

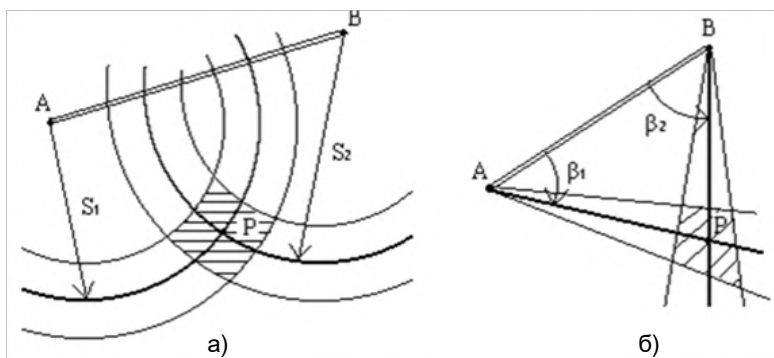


Рис. 8. 4-угольник положения

а) в линейной засечке

б) в прямой угловой засечке

Этот элементарный четырехугольник можно считать параллелограммом, так как в пределах него дуги окружностей можно заменить отрезками касательных, а расходящиеся стороны угла – отрезками прямых, параллельных линии положения. Расстояния от СУ  $P$  до границ четырехугольника неодинаковы, что говорит о различии ошибок положения СУ  $P$  по разным направлениям [1].

Линии положения делят четырехугольник положения на 4 равные части (рис.9а), которые назовем параллелограммами ошибок с углами при вершинах  $\gamma$  и  $(180^{\circ} - \gamma)$ . Поскольку высоты параллелограммов ошибок численно равны модулям векторов ошибок  $v_1$  и  $v_2$ , то стороны параллелограммов получаются по известным формулам (рис.9 б):

$$\begin{cases} a = v_1 / \sin \gamma, \\ b = v_2 / \sin \gamma. \end{cases} \quad (29)$$

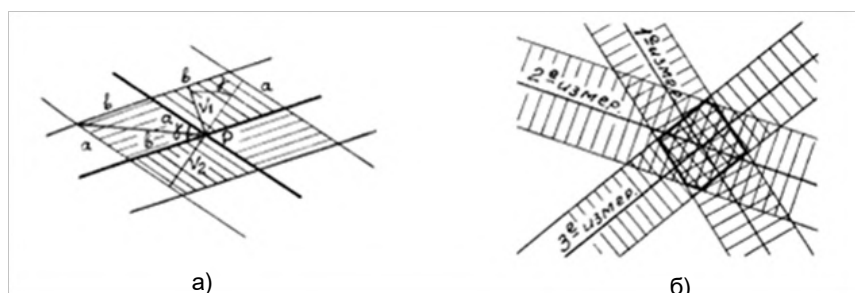


Рис. 9. Параллелограммы ошибок

По известным сторонам параллелограмма ошибок и углу между ними  $\gamma$  можно вычислить длину обеих его диагоналей: короткой –  $d_1$  и длинной –  $d_2$ :

$$\begin{aligned}d_1^2 &= a^2 + b^2 - 2ab|\cos \gamma|, \\d_2^2 &= a^2 + b^2 + 2ab|\cos \gamma|.\end{aligned}$$

Для обобщенной характеристики точности определения местоположения СУ Р  $M_p^2$  можно использовать некоторое усредненное значение ошибки положения СУ Р, в качестве которой можно использовать:

- квадрат радиуса круга  $R$ , площадь которого ( $\pi R^2$ ) равна площади параллелограмма ошибок положения СУ Р со сторонами ( $4ab \cdot \sin \gamma$ ),

$$M_p^2 = \frac{4ab \sin \gamma}{\pi} = \frac{4v_1 v_2}{\pi \cdot \sin \gamma}; \quad (30)$$

- квадрат длинной диагонали параллелограмма ошибок (интервал ошибки положения СУ Р по дальности):

$$M_p^2 = a^2 + b^2 + 2ab|\cos \gamma| = \frac{v_1 + v_2 + 2v_1 v_2 |\cos \gamma|}{\sin^2 \gamma}; \quad (31)$$

- среднее квадратическое длинной и короткой диагоналей параллелограмма ошибок:

$$M_p^2 = a^2 + b^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{\sin^2 \gamma}. \quad (32)$$

На практике чаще других применяется третий вариант, в котором легко получаются формулы для оценки точности любой однократной засечки [11]:

- полярная засечка (рис. 1):

$$\begin{cases}v_1 = m_s, v_2 = S m_\beta / \rho, \gamma = 90^\circ; \\M_p^2 = m_s^2 + S^2 m_\beta^2 / \rho^2,\end{cases} \quad (33)$$

- прямая угловая засечка (рис. 3):

$$\begin{cases}v_1 = S_1 m_\beta / \rho, \quad v_2 = S_2 m_\beta / \rho; \\M_p^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \cdot \frac{S_1^2 + S_2^2}{\sin^2 \gamma},\end{cases} \quad (34)$$

- линейная засечка (рис. 4):

$$\begin{cases}v_1 = m_{s1}, \quad v_2 = m_{s2}; \\M_p^2 = \frac{m_{s1}^2 + m_{s2}^2}{\sin^2 \gamma}.\end{cases} \quad (35)$$

### 3. Анализ методов определения расстояния между сенсорными узлами

#### 3.1. Методы измерения расстояния между сенсорными узлами

Ранее рассмотренные методы позиционирования СУ на основе точек привязки базируются на информации, полученной при измерении параметров радиосигнала. Распространение радиосигнала в однородной среде осуществляется прямолинейно и с постоянной скоростью  $c$ , которая зависит от электромагнитных свойств среды. На основании утверждений о прямолинейности и постоянстве скорости распространения радиосигнала, расстояние между СУ может быть измерено по данным времени прохождения радиосигнала  $t_{nm}$  между передатчиком, находящимся в СУ  $n$  с координатами  $(X_n, Y_n, Z_n)$ , и приемником, расположенным в СУ  $m$  с координатами  $(X_m, Y_m, Z_m)$ :

$$t_{nm} = \frac{d_{nm}}{c} = \frac{\sqrt{(X_n - X_m)^2 + (Y_n - Y_m)^2 + (Z_n - Z_m)^2}}{c}. \quad (36)$$

Известно [15], что мощность радиоизлучения зависит от расстояния –  $d_{nm}$ , длины волны –  $\lambda$  (м), частоты –  $f$  (Гц), а также от параметров антенн, и, для идеального случая, описывается формулой Фрииса [14]:

$$P_r = P_t G_t G_r \left( \frac{\lambda}{4\pi d_{nm}} \right)^2 = P_t G_t G_r \left( \frac{c}{4\pi f d_{nm}} \right)^2, \quad (37)$$

где  $P_t, P_r$  – значение мощности радиосигнала на сторонах передачи и приема, Вт;  
 $G_t, G_r$  – коэффициенты усиления передающей и приемной антенн.

#### 3.2. Метод RSSI

Как показано в работе [18], задача определения местоположения узлов БСС при отсутствии информации о топологии сети (момент инициализации сети) может быть решена с помощью метода определения координат объектов сенсорной сети с совмещенным экспериментально-аналитическим циклом за счет корректирующих коэффициентов.

Наиболее простым методом определения расстояния между СУ является индикация уровня принятого сигнала (Received Strength Signal Indication) [12]. Любой беспроводной канал по стандарту IEEE 802.15.4 имеет протокольную функцию оценки качества связи (Link Quality Indicator), действие которой сводится к определению мощности принятого сигнала  $P$  (дБм) [12]. Поскольку в идеальных условиях мощность обратно пропорциональна квадрату расстояния, то логарифм мощности пропорционален расстоянию с некоторым коэффициентом, который устанавливается эмпирически.

Недостатками данного метода являются:

- возможность возникновения как конструктивной, так и деструктивной интерференции радиосигнала вследствие многолучевого распространения, приводящей к изменению уровня принимаемого сигнала;
- неравномерность диаграммы направленности антенн реальных устройств;
- разброс реальной мощности передатчика и чувствительности приемника;
- наличие быстрых и медленных замираний на трассе, обусловленных изменением условий распространения радиосигнала.

Все вышеперечисленные факторы являются причиной того, что погрешности измерения расстояния между СУ методом RSSI в ряде случаев сопоставимы с самим значением расстояния между этими узлами.

**Условия использования метода.** Практическое использование метода RSSI ограничено снизу минимальным расстоянием между СУ примерно от 10 м, при этом СКО ошибки измерения может достигать 3 м.

### 3.3. Метод ToF

Другой подход основан на измерении времени прохождения прямого и ответного сигнала (Time of Flight) [12] между СУ. СУ А посылает запрос на другой СУ В, получает ответный сигнал и определяет время его задержки. Полная задержка складывается из аппаратных задержек при обработке принятого и формировании ответного сигналов и времени распространения между СУ А и В. Поскольку аппаратные задержки известны с высокой точностью, то их можно вычесть из полного значения, и оставшаяся величина будет характеризовать время прохождения сигнала туда и обратно. Умножив половину времени задержки на скорость света, получим расстояние между СУ А и В БСС. В этом методе обеспечивается линейная связь между расстоянием и измеряемой величиной. Точность измерений расстоянием между СУ А и В определяется рядом факторов:

- стабильностью частоты задающих генераторов;
- задержками фронтов импульсов при приеме и излучении;
- отношением сигнал/шум;
- ошибками из-за многолучевого распространения.

**Условия использования метода.** Для повышения точности определения расстояния между двумя СУ сети используют многократные повторения процедуры измерения. Применяется фильтрация аномально больших отклонений, вызываемых многолучевым распространением, что позволяет в несколько раз повысить точность измерений [13].

### 3.4. Метод TDOA

Метод TDOA [14] можно рассматривать как последующее развития метода ToF. Принцип метода TDOA заключается в измерении разницы времени прихода радиосигналов из СУ Р на узлы привязки. При условии, что внутренние часы приемников

узлов привязки синхронизированы, можно определить расстояние между СУ Р и всеми узлами привязки и, следовательно, местоположение (координаты) СУ Р - источника радиосигнала. В качестве достоинств метода можно отметить [4]:

- эффективность работы с сигналами, использующими различные типы модуляции;

- возможность регистрации и хранения скоординированных во времени измерений сигналов от всех принимающих узлов, что позволяет проводить анализ сигналов в полностью автономном режиме, включающий спектральный анализ сигнала, кросскорреляционные измерения и определение координат излучающего устройства;

- возможность проведения измерений при малых соотношениях сигнал шум, поскольку с помощью корреляционной обработки сигналов осуществляется подавление шумов и помех;

- пригодность использования в сетях с большим количеством сенсорных узлов.

В качестве недостатков метода TDOA следует отметить:

- снижение эффективности оценивания расстояния методом TDOA при уменьшении ширины полосы частот сигнала. Метод требует высококачественной временной синхронизации по отношению к величине, обратно пропорциональной ширине полосы рассматриваемого сигнала;

- более высокие требования к скоростям передачи данных по сравнению с методом TOF;

- высокая чувствительность к воздействию источников декорреляции данных.

**Условия использования метода.** Несмотря на значительные достоинства метода TDOA, необходимость высокоточной синхронизации в значительной степени ограничивает возможности использования данного метода в БСС. Также существенным ограничением в применении данного метода является условие наличия достаточно большого количества точек привязки, которое в ряде случаев развертывания БСС не может быть обеспечено.

### 3.5. Метод SDS-TWR

Технология, получившая название двухстороннего двунаправленного измерения Symmetrical Double-Sided Two Way Ranging (SDSTWR) [14], оперирует с двумя периодами времени: неизвестной величиной – временем прохождения сигнала  $T_{of}$  и программно устанавливаемой величиной – временем отклика сигнала  $T_{reply}$ , которая определяет задержку отправки подтверждения приёма сигнала в беспроводном устройстве и обусловлена необходимостью обработки пакета запроса, длительность которого может составлять несколько миллисекунд.

Поскольку  $T_{reply} \gg T_{of}$ , а также ввиду того, что генераторное оборудование в СУ имеет относительную нестабильность по частоте  $\delta f$ , ppm, так что тактовая частота  $n$ -



го СУ  $f_{m,n} = f_0(1 \pm \delta_f)$ , время отклика  $T_{reply}$  является основным источником погрешностей в измерении расстояния.

Схема метода SDS-TWR измерения расстояния между СУ А и В показана на рис.10 [14].

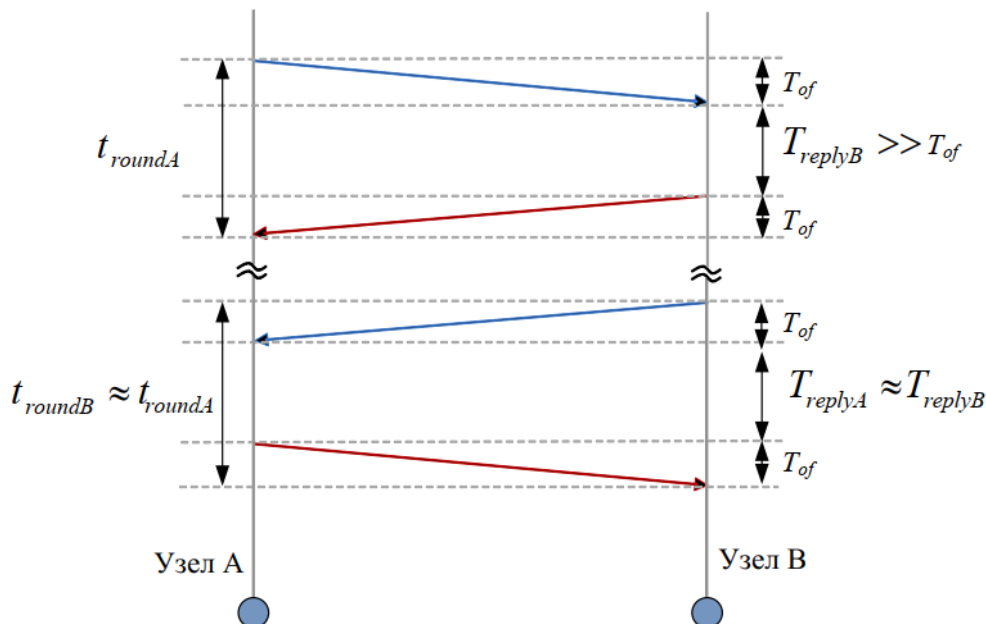


Рис. 10. Измерения расстояния методом SDS-TWR

Выражения, описывающие процедуру измерения при расхождении временных шкал для СУ А и В, имеют вид

$$\begin{cases} t_{roundA} = 2T_{of} + T_{replyB} , \\ t_{roundB} = 2T_{of} + T_{replyA} . \end{cases} \quad (38)$$

Величина времени прохождения сигнала  $T_{of}$  на основании выражения (38) может быть рассчитана, как

$$T_{of} = \frac{t_{roundA} - T_{replyA} + t_{roundB} - T_{replyB}}{4} . \quad (39)$$

Необходимо учитывать, что значение  $T_{of}$  в большинстве случаев измеряется для разных значений тактовых частот опорных генераторов СУ А и В. Поэтому, с учётом расхождения временных шкал СУ А и В, измеренное значение времени распространения  $T_{of}$  будет иметь вид:

$$\hat{T}_{of} = \frac{1}{4} \left( (t_{roundA} - T_{replyA})(1 + \delta_A) + (t_{roundB} - T_{replyB})(1 + \delta_B) \right) . \quad (40)$$

Значение погрешности можно определить, как

$$\hat{T}_{of} - T_{of} = \frac{1}{4} \left( (t_{roundA} - T_{replyA})\delta_A + (t_{roundB} - T_{replyB})\delta_B \right) . \quad (41)$$

Обозначив  $T_{replyA} = T_{reply}$ ,  $T_{replyB} = T_{reply} + \Delta_{reply}$ , можно прийти к выражению

$$\Delta t_{of} = \frac{1}{4} \left( 2T_{of}(\delta_A - \delta_B) + \Delta_{reply}(\delta_A - \delta_B) \right). \quad (42)$$

Предполагая, что  $T_{replyA} \approx T_{replyB}$ , выражение (41) и (42) можно привести к виду:

$$\Delta t_{of} \approx \frac{T_{of}}{2} (\delta_A + \delta_B). \quad (43)$$

**Условия использования метода.** Отсутствие жестких требований к синхронизации (характерных для TOF и TDOA) при высокой точности оценивания расстояния между узлами (значительно выше чем у RSSI) позволяют рассматривать данный метод как основной метод радиодальнометрии при разработке метода пространственного позиционирования СУ.

### 3.6. Расчет ограничения дальности между сенсорными узлами

Дальность беспроводной связи можно оценить по известному соотношению [15]:

$$R_c \leq \sqrt{\frac{P_t \cdot G_t \cdot A_r \cdot K_{осл}}{4 \cdot \pi \cdot P_{por}}}, \quad (44)$$

где  $R_c$  – дальность связи;

$P_t$  – импульсная мощность передатчика, Вт;

$G_t$  – коэффициент усиления антенны передатчика;

$A_r$  – эффективная площадь антенны приёмника, м<sup>2</sup>;

$K_{осл} = q_t \cdot q_r \cdot K_p$  – коэффициент ослабления мощности сигнала,  $0 \leq K_{осл} \leq 1$ ;

$q_t$  ( $q_r$ ) – относительные коэффициенты усиления антенн передатчика (приёмника) в направлении друг друга  $0 \leq q_t \leq 1$ ,  $0 \leq q_r \leq 1$ ;

$K_p = \prod_{i=0}^k K_{pi}$  – коэффициент потерь, характеризующий активные потери энергии, связанные с поглощением в среде распространения и т.п.,  $0 \leq K_p \leq 1$ ;

$P_{por}$  – пороговая чувствительность приёмника, Вт.

Анализ технических характеристик радиомодулей узлов БСС [16] показал, что для разных вариантов построения и применения БСС потери в радиоканале за счёт несовпадения максимумов ДН антенны передатчика и приёмника, потерь из-за поглощения в среде распространения, могут изменяться от 0 до 20 дБ

$$K_{осл} = -(0...20) \text{дБ}.$$

На рис. 11. приведена зависимость средней мощности принятого сигнала  $P_r(R_c)$  от дальности связи без учёта ослабления и при ослаблении принимаемого сигнала в радиоканале на 10 и 20 дБ.

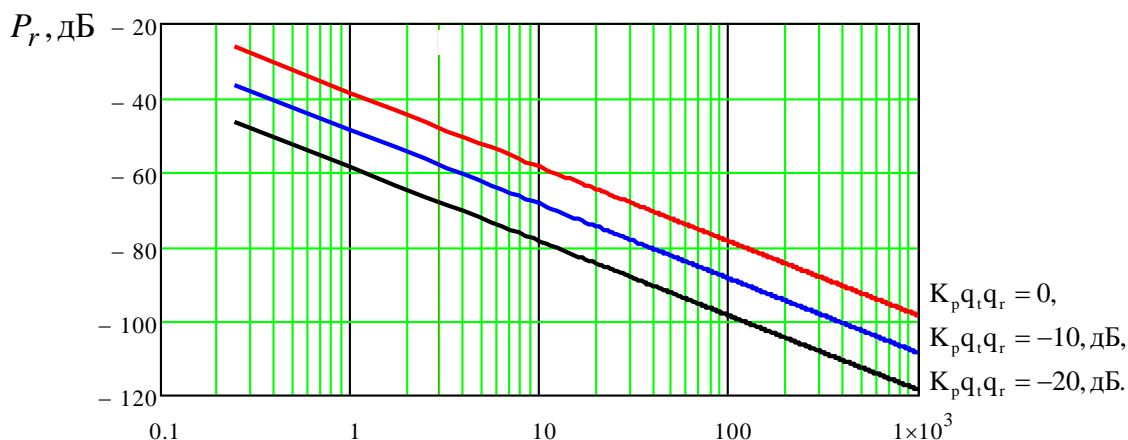


Рис. 11. Средняя мощность принятого сигнала в зависимости от дальности связи

Мощность на выходе передатчика определяется в соответствии с условием: энергия принятого сигнала должна превышать пороговый уровень энергии

$$\frac{E_b(\theta, \varphi, R_c)}{E_{kr}} \geq 1, \quad (45)$$

где  $E_b(\theta, \varphi, R_c)$  - зависимость энергии одного бита информации на выходе приёмника от дальности и направления приёма сигнала.

Величину  $E_{kr}$  приравняем энергии одного бита информации на выходе приёмника, при которой обеспечивается заданная достоверность передачи сообщений.

Достоверность передачи сообщений - степень соответствия между принятым и переданным сообщением. При передаче дискретных сообщений достоверность определяется коэффициентом ошибок [16]:

$$K_{er} = n_{er} / n_b \approx \Psi_b, \quad (46)$$

где  $n_{er}$  - это число ошибочно принятых элементов сообщения;

$n_b$  - общее число элементов сообщения;

$\Psi_b = F(\sqrt{2E_b / N_0})$  - зависимость вероятности битовой ошибки от отношения сигнал-шум - энергии бита  $E_b$  к спектральной плотности шума  $N_0$ ;

$F(x) = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$  - гауссов интеграл ошибок, который используется при

описании вероятности с гауссовой плотностью распределения.

Отношение сигнал/шум можно представить в виде

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S_b T_b}{N / \Delta \omega_c} = \frac{S_b / R_b}{N / \Delta \omega_c} = \frac{S_b}{N} \frac{\Delta \omega_c}{R_b}, \quad (47)$$

где  $E_b = S_b T_b$  – энергия одного бита информации;

$N_0$  – спектральная плотность мощности белого шума в канале;

$S_b$  – средняя мощность принятых битов;

$N$  – средняя мощность шума;

$T_b$  – длительность бита;

$R_b$  – скорость передачи битов.

Поскольку время передачи бита и скорость передачи битов взаимно обратны, то  $T_b$  можно заменить на  $1/R_b$ .

Безразмерное отношение  $E_b/N_0$  – это стандартная качественная мера производительности систем цифровой связи. Следовательно, необходимое отношение  $E_b/N_0$  можно рассматривать как метрику, позволяющую сравнивать качество различных систем: чем меньше требуемое отношение  $E_b/N_0$ , тем эффективнее процесс детектирования при заданной вероятности ошибки.

При передаче цифрового сигнала с форматом модуляции QPSK число уровней определяется как

$$L = \sqrt{M}, \quad (48)$$

а энергия символа сигнала определится по формуле:

$$E_s = E_b \log_2 L. \quad (49)$$

При передаче двоичных импульсов  $E_s = E_b$ , а при передаче импульсов с модуляцией QPSK в основной полосе, совпадающей с полосой Найквиста  $\Delta\omega_N$  [17]

$$\Delta\omega_N = \frac{1}{2T_b}, \quad (50)$$

мощность символа  $S_s = \frac{E_b}{T_b} \cdot \log_2 L$  и мощность шума  $N = N_0 \left( \frac{1}{2T_b} \right)$ .

Следовательно,

$$\frac{S_s}{N} = 2(\log_2 L) \frac{E_b}{N_0} = m \frac{E_b}{N_0}, \quad (51)$$

где  $m$  – коэффициент мапинга (число бит на символ информации).

Для QPSK разница между  $S_s/N$  и  $E_b/N_0$  составит 3 дБ.

В БСС на основе стандарта IEEE 802.15.4 для увеличения базы сигнала используют кодовую последовательность импульсов, следовательно, отношение сигнал/шум увеличивается в  $B_p$  раз ( $B_p = T_s \Delta\omega$ ), где  $\Delta\omega$  – ширина спектра расширяющей последовательности

$$\frac{S_s}{N} = m B_p \frac{S T_b \Delta\omega_N}{N}. \quad (52)$$

В качестве примера на рис. 12. приведены результаты расчёта дальности достоверной передачи сообщений для узлов БСС на основе технологии ZigBee. Рабочие частоты ZigBee от 2,405 ГГц до 2,485 ГГц, поддерживаемая скорость передачи данных 250 к/бит в секунду [16].

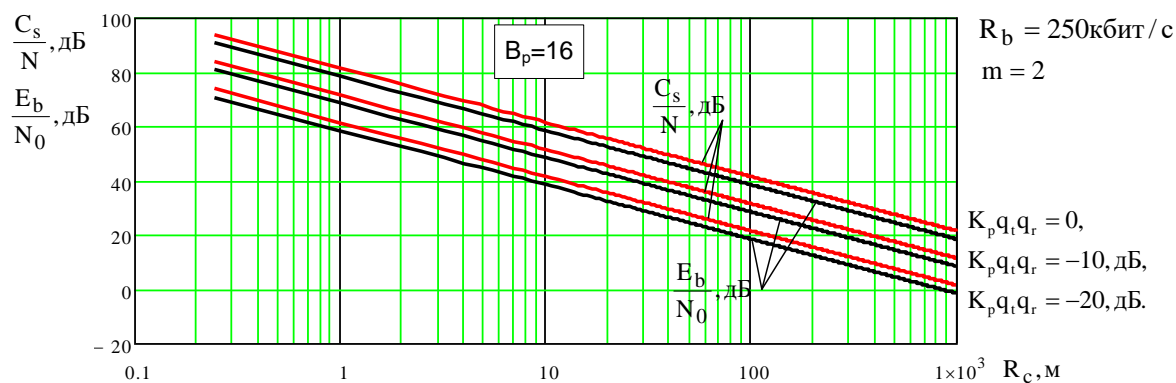


Рис. 12. Зависимость отношения сигнал/шум от дальности связи (мощность передатчика 0 дБм; пороговая чувствительность приёмника -96 дБм)

## Выводы

Для позиционирования СУ в БСС применяют методы, разработанные с учётом возможности измерения параметров принятого сигнала, что предусмотрено в стандарте (протоколе) ZigBee, 6LoWPAN, Thread, RPL и др. В работе приведен обзор разных методов позиционирования и оценка их погрешности.

Антенны, применяемые в СУ БСС, имеют круговую диаграмму направленности, что не позволяет определить направление на источник излучения. Поэтому целесообразно использовать методы, основанные на измерении только дальности между СУ. Дальность приёмо-передачи сигнала между СУ ограничена их техническими характеристиками. Поэтому при построении БСС нужно обеспечить плотность расположения СУ, при которой будет выполняться требования к заданной достоверности передачи сообщений.

Отсутствие жестких требований к синхронизации (характерных для TOF и TDOA) при высокой точности оценивания расстояния между СУ (значительно выше, чем у RSSI) позволяют рассматривать метод SDS-TWR как основной метод радиодальнометрии при разработке метода пространственного позиционирования СУ БСС.

## Список литературы:

1. Большаков В.Д., Левчук Г.П. Справочник геодезиста. Книга 2, 3-е изд., перераб. и доп. М.: Недра, 1985. 440 с.
2. Авакян В.В. Прикладная геодезия: технологии инженерногеодезических работ. М.: Амапданик, 2012. 330 с.

3. Применение геодезических засечек, их обобщённые схемы и способы машинного решения / П. И. Баран, В. И Мицкевич., Ю. В. Полищук и др. М.: Недра, 1986. 166 с.
4. Шеховцов Г.А. Единый алгоритм уравнивания, оценки точности и оптимизации геодезических засечек: монография. Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. Н.Новгород: ННГАСУ, 2017. 123 с.
5. Большаков В.Д., Гайдаев П.А. Теория математической обработки геодезических измерений. М.: Недра, 1977. 367 с.
6. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений. М.: Недра, 1984. 352 с.
7. Анисимов В.А., Макарова С.В. Инженерная геодезия. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2009. 150 с.
8. Атрошко Е.К. и др. Курс инженерной геодезии: учеб.-метод. пособие для студентов строительных и транспортных специальностей БелГУТа. В 2 ч. Ч. I. Гомель: БелГУТ, 2010. 140 с.
9. Атрошко Е.К. и др. Курс инженерной геодезии: учеб.-метод. пособие для студентов строительных и транспортных специальностей БелГУТа. В 2 ч. Ч. II. Гомель: БелГУТ, 2011. 187 с.
10. Юнусов А.Г., Беликов А.Б., Баранов В.Н., Каширкин Ю.Ю. Геодезия: Учебник для вузов. М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2011. 409 с.
11. Ключин Е.Б., Киселев М.И., Михелев Д.Ш., Фельдман В.Д.; Под ред. Д. Ш. Михелева. Инженерная геодезия: Учебник для вузов. 4-е изд., испр. М.: Издательский центр «Академия», 2004. 480 с.
12. Шостко И.С., Алмакалма Т., Соседка Ю.Э. Анализ моделей сверхширокополосных сигналов для инфокоммуникационных сетей. Проблемы телекомунікацій. 2012. № 4(9). С. 45-62. URL: [http://pt.journal.kh.ua/2012/4/1/124\\_shostko\\_uwb.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2012/4/1/124_shostko_uwb.pdf).
13. Еркин А. Н. Расширение возможностей беспроводных сетей ZigBee: измерение координат узлов. Беспроводные технологии. 2011. № 1. С. 12–14.
14. Отчет МСЭ-R SM.2211-1 Сравнение методов определения географического местоположения источника сигнала, основанных на разнице во времени прихода и угле прихода сигнала. Женева : МСЭ-R, 2015. 32 с.
15. Ширман Я.Д. Теоретические основы радиолокации. Учебное пособие для вузов. М.: изд-во «Советское радио», 1970. 560 с.
16. Шостко И. С., Куля Ю. Э. Метод управления энергетическим балансом приемопередающих устройств беспроводной сенсорной сети. Проблемы электромагнитной совместимости перспективных беспроводных сетей связи ЭМС–2015: материалы 1-й Междунар. науч.-техн. конф., 27 мая 2015 г. Харьков, 2015. С. 166–169.
17. Шостко И.С., Алмакалма Т., Соседка Ю.Э. Оптимизация параметров свёрточного кодирования и скорости передачи данных в беспроводных сетях с использованием технологии ultra-wideband. Сучасні проблеми радіотехніки та телекомунікацій (РТ–2012): матеріали 8-ї Міжнар. молодіжної наук.-техн. конф., 23–27 квіт. 2012 р. Севастополь: Вид-во Севастоп. нац. техн. ун-ту, 2012. С. 137.
18. Галкин П.В. Модель определения координат узлов беспроводной сенсорной сети. Проблемы телекомунікацій. 2015. № 1(16). С. 16-41. URL: [http://pt.journal.kh.ua/2015/1/1/151\\_galkin\\_wsn.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2015/1/1/151_galkin_wsn.pdf).